1. $$\frac{3\,(x-2)}{5}+\frac{5}{3}-\frac{x+1}{6}=\frac{4x+3}{10}$$

$18\,(x-2)+50-5\,(x+1)=3\,(4x+3)$

$18x-36+50-5x-5=12x+9$

$\boldsymbol{x=0}$

2. $$(2x+1)(2x-1)-(2x-3)^2+5\left[\frac{2x+1}{2}-x\left(2-\frac{1}{5}\right)\right]=\frac{6x+5}{2}$$

$4x^2-1-(4x^2-12x+9)+5\left(x+\frac{1}{2}-\frac{9}{5}x\right)=3x+\frac{5}{2}$

$4x^2-1-4x^2+12x-9+5x+\frac{5}{2}-9x=3x+\frac{5}{2}$

$5x=10 \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{x=2}$

3. $$3\,x^2-20\,x+12=0$$

$3x^2-18x-2x+12=0$

$3x\,(x-6)-2\,(x-6)=0$

$(x-6)(3x-2)=0$

$\boldsymbol{x=6} \quad \vee \quad \boldsymbol{x=\frac{2}{3}}$

4. $$\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}+3x=\frac{9x+6}{3}-\frac{9}{x+2} \qquad C.E.: x\neq \pm 2$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)}+3x=3x+2-\frac{9}{x+2}$$

$$\frac{x-3}{x+2}=\frac{2\,(x+2)-9}{x+2}$$

$x-3=2x+4-9$

$-x=-2 \quad \Longrightarrow \quad x=2 \; \textit{non accettabile per le condizioni di accettabilità} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{EQUAZIONE\ IMPOSSIBILE}$

5. $$-\frac{x^2-1}{2x^2-3x+1}=\frac{2-4x}{8x^3-12x^2+6x-1}+\frac{3}{4x^2-4x+1}:\left(\frac{3}{x}-\frac{6}{2x-1}\right)$$ $C.E.: x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq 1 \wedge x \neq 0$

$$-\frac{(x-1)(x+1)}{2x^2-2x-x+1}=\frac{-2\,(2x-1)}{(2x-1)^3}+\frac{3}{(2x-1)^2}:\frac{3(2x-1)-6x}{x(2x-1)}$$

$$-\frac{(x-1)(x+1)}{2x\,(x-1)-(x-1)}=\frac{-2}{(2x-1)^2}+\frac{3}{(2x-1)^2}:\frac{6x-3-6x}{x(2x-1)}$$

$$-\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x-1)}=\frac{-2}{(2x-1)^2}+\frac{3}{(2x-1)^2}\cdot\frac{x(2x-1)}{-3} \qquad -\frac{x+1}{2x-1}=\frac{-2}{(2x-1)^2}-\frac{2\,x^2-x}{(2x-1)^2}$$

$$\frac{-(x+1)(2x-1)}{(2x-1)^2}=\frac{-2-2x^2+x}{(2x-1)^2} \qquad -(2x^2+2x-x-1)=-2-2x^2+x$$

$$-2x^2-2x+x+1=-2-2x^2+x \qquad -2x=-3 \qquad \boldsymbol{x=\frac{3}{2}} \quad accettabile$$

6. Angela, Beatrice e Cecilia fanno la raccolta di figurine. Sapendo che in totale hanno 225 figurine, che Beatrice ne ha il triplo di Cecilia, ma 15 meno di Angela, quante figurine ha Angela?

Siano x le figurine di Cecilia, 3x le figurine di Beatrice e 3x+15 quelle di Angela. Il loro totale è 225, perciò:

$$x+3x+3x+15=225 \quad \Longrightarrow \quad 7x=210 \quad \Longrightarrow \quad x=30$$

Perciò le figurine di Angela sono $3\cdot 30+15=105$, ovvero **105**.

7. Determina due numeri la cui somma è 62, sapendo che $\frac{5}{6}$ del minore superano $\frac{1}{8}$ del maggiore di 21.

Possiamo indicare i due numeri come: $n_1=x$ e $n_2=62-x$, perciò l'equazione è $\frac{5}{6}n_1=21+\frac{1}{8}n_2$, ovvero:

$$\frac{5}{6}x=21+\frac{1}{8}(62-x) \quad \Longrightarrow \quad \frac{5}{6}x+\frac{1}{8}x=21+\frac{31}{4} \quad \Longrightarrow \quad \frac{20+3}{24}x=\frac{84+31}{4} \quad \Longrightarrow \quad \frac{23}{6}x=115$$

Ovvero x = 30, da cui otteniamo i due numeri: $\boldsymbol{n_1=30, n_2=32}$

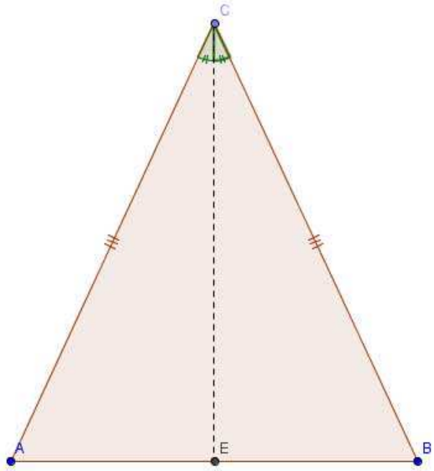
8. Determina il valore di a in modo che le equazioni $\frac{2}{3}x-3=2-x$ e $ax-\frac{4}{3}x-2a=0$ siano equivalenti.

Se sono equivalenti hanno lo stesso insieme di soluzioni. Perciò determino la soluzione della prima equazione e la sostituisco nella seconda (la soluzione di un'equazione rende l'equazione un'identità) per ricavare a:

$$\frac{2}{3}x-3=2-x \quad \Longrightarrow \quad \frac{2}{3}x+x=2+3 \quad \Longrightarrow \quad \frac{5}{3}x=5 \quad \Longrightarrow \quad x=3$$

$$3a-\frac{4}{3}\cdot 3-2a=0 \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{a=4}$$

9. Dimostra che in un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti.



Hp:
$\overline{AC} \cong \overline{BC}$

Tesi:
$C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$

Dimostrazione:
Traccio la bisettrice CE dell'angolo al vertice $B\hat{C}A$. Consideriamo i triangoli CAE e CBE. Essi hanno:

- $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ per ipotesi
- $\overline{CE}$ in comune
- $A\hat{C}E \cong E\hat{C}B$ per costruzione

$AEC \cong EBC$
per il primo criterio di congruenza dei triangoli

Di conseguenza: $C\hat{A}B \cong C\hat{B}A$ perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

c.v.d.