1. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-1}{x+2}=\frac{2(x^2+2)}{x^2-4}$

$\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-1}{x+2}=\frac{2x^2+4}{(x-2)(x+2)}$ $\qquad \frac{(x+1)(x+2)+(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{2x^2+4}{(x-2)(x+2)}$ $\qquad C.A.: x\neq\pm 2$

$x^2+2x+x+2+x^2-2x-x+2=2x^2+4$ $\qquad 4=4$ $\qquad \boldsymbol{\forall x\in\mathbb{R}-\{\pm 2\}}$

2. $\frac{(1+x)^2}{1-x^2}+\frac{(1-x)^2}{x^2-1}+\frac{x-1}{1+x}+\frac{x+1}{1-x}=\frac{1}{1-x^2}$

$\frac{(1+x)^2}{(1-x)(1+x)}+\frac{(1-x)^2}{-(1-x)(1+x)}+\frac{x-1}{1+x}+\frac{x+1}{1-x}=\frac{1}{(1-x)(1+x)}$ $\qquad C.A.: x\neq\pm 1$

$\frac{(1+x)^2-(1-x)^2+(x-1)(1-x)+(x+1)^2}{(1-x)(1+x)}=\frac{1}{(1-x)(1+x)}$

$2\,(1+x)^2-2\,(1-x)^2=1$ $\qquad 2+4x+2x^2-2+4x-2x^2=1$ $\qquad 8x=1$ $\qquad \boldsymbol{x=\frac{1}{8}}$ $\quad acc.$

3. $2\,x^3-13\,x^2+18\,x=0$

$x\,(2x^2-13\,x+18)=0$ $\qquad x\,(2x^2-4x-9x+18)=0$ $\qquad x\,[2x\,(x-2)-9(x-2)]=0$

$x\,(x-2)(2x-9)=0$ $\qquad x_1=\mathbf{0}$ $\qquad x_2=\mathbf{2}$ $\qquad x_3=\mathbf{\frac{9}{2}}$

4. $3x-(b+2)\,x=(1-b)\,x+2b$

$3x-bx-2x=x-bx+2b$ $\qquad 0x=2b$

$\boldsymbol{Se\ b=0}$: $\boldsymbol{0x=0}$ $\qquad \boldsymbol{\forall x\in\mathbb{R}}$ $\qquad \boldsymbol{Se\ b\neq 0}$: $\boldsymbol{0x=2b}$ $\qquad \boldsymbol{\nexists x\in\mathbb{R}}$

5. $a\,(x-1)+b=0$

$ax-a+b=0$ $\qquad ax=a-b$

$\boldsymbol{Se\ a=0\ \wedge\ b=0}$: $\boldsymbol{0x=0}$ $\qquad \boldsymbol{\forall x\in\mathbb{R}}$ $\qquad \boldsymbol{Se\ a=0\ \wedge\ b\neq 0}$: $\boldsymbol{0x=-b}$ $\qquad \boldsymbol{\nexists x\in\mathbb{R}}$ $\qquad \boldsymbol{Se\ a\neq 0}$: $\boldsymbol{x=\frac{a-b}{a}}$

6. In un'assemblea, i $\frac{3}{5}$ dei presenti hanno dato voto favorevole alla presidenza, $\frac{1}{3}$ voto contrario e 24 si sono astenuti. Quanti erano i presenti, quanti i favorevoli e quanti i contrari alla presidenza?

   Indico il numero dei presenti con x, perciò:

$$\frac{3}{5}x+\frac{1}{3}x+24=x \qquad \frac{9x+5x-15\,x}{15}=-24 \qquad -\frac{x}{15}=-24 \qquad x=360$$

   I presenti all'assemblea erano **360**, i favorevoli **216** e i contrari **120**.

7. Il perimetro di un triangolo è 30, il primo lato è $\frac{2}{3}$ del secondo ed il terzo è la semisomma dei primi due. Determina la misura dei tre lati.

   Indico il secondo lato con x:

$$l_1=\frac{2}{3}x \qquad l_2=x \qquad l_3=\frac{l_1+l_2}{2}=\frac{\frac{2}{3}x+x}{2}=\frac{5}{6}x$$

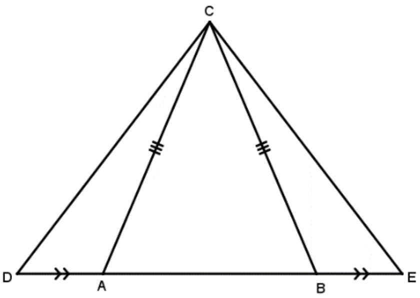
   Essendo il perimetro dato dalla somma dei tre lati, ottengo l'equazione risolutiva:

$$\frac{2}{3}x+x+\frac{5}{6}x=30 \qquad \frac{4+6+5}{6}x=30 \qquad \frac{5}{2}x=30 \qquad x=12$$

   Perciò i lati sono:

$$l_1=\mathbf{8} \qquad l_2=\mathbf{12} \qquad l_3=\mathbf{10}$$

8. Sui prolungamenti della base AB di un triangolo isoscele ABC considera due segmenti congruenti AD e BE. Dimostra che il triangolo DEC è isoscele.



Hp:
$\overline{AC}\cong\overline{BC}$
$D,A,B,E\ allineati$
$\overline{AD}\cong\overline{BE}$

Tesi:
$CDE\ isoscele$

<u>Dimostrazione</u>:

Consideriamo i triangoli ADC e BEC. Essi hanno:

- $\overline{AC}\cong\overline{CB}$ per ipotesi
- $\overline{DA}\cong\overline{BE}$ per ipotesi
- $D\hat{A}C\cong C\hat{B}E$ perché adiacenti ad angoli congruenti, ovvero gli angoli alla base di un triangolo isoscele

$ADC\cong BEC$
per il primo criterio di congruenza dei triangoli

Di conseguenza: $CD\cong CE$ perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti. Concludendo: il triangolo CDE è isoscele sulla base DE.

c.v.d.