

1. Una singola forza di 8,0 N agisce su un corpo di massa m . Il corpo, inizialmente fermo, percorre in linea retta un tratto di 16 m in 4,0 s. Quanto vale la massa m ? Nel caso in cui la forza dimezzi, come vale la massa? E se dimezza il tempo di applicazione della forza?

$$F = 8,0 \text{ N} \quad s = 16 \text{ m} \quad t = 4,0 \text{ s} \quad m?$$

Il secondo principio della dinamica afferma che:

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F}{a}$$

Possiamo ricavare l'accelerazione del corpo dalle leggi della cinematica, in particolare dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2s}{t^2}$$

Possiamo quindi determinare la massa del corpo:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{F}{\frac{2s}{t^2}} = \frac{Ft^2}{2s} = \mathbf{4,0 \text{ kg}}$$

Siccome la massa è **direttamente proporzionale** alla forza, se la forza dimezza, **dimezza** anche la massa.

Siccome la massa è **direttamente proporzionale al quadrato** del tempo, se il tempo dimezza, la massa **si riduce di un fattore 4**.

2. Un blocco scende con un'accelerazione di 4,8 m/s² su un piano inclinato privo di attrito e lungo 2,5 m. Qual è l'altezza del piano inclinato?

$$a = 4,8 \text{ m/s}^2 \quad L = 2,5 \text{ m} \quad h?$$

Conoscendo l'accelerazione del blocco, è possibile risalire alla componente parallela al piano della forza peso, moltiplicando l'accelerazione per la massa. Ricostruiamo il valore della componente della forza peso parallela al piano in funzione della forza peso, partendo sulla similitudine dei triangoli rappresentati a lato ABC e A'B'C', dovuta al fatto che gli angoli in C e C' sono congruenti perché hanno per lati semirette parallele e discordi, gli angoli B e B' sono congruenti perché retti e gli angoli A e A' lo sono per differenza, visto che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°. Essendo i due triangoli simili, i loro lati sono in proporzione:

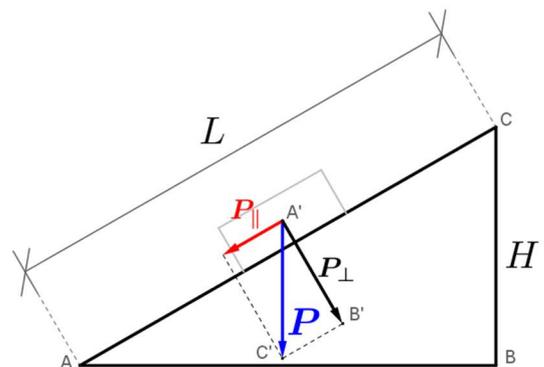
$$AC:BC = A'C':B'C'$$

ovvero:

$$L:h = P:P_{\parallel}$$

Lavorando alla formula otteniamo:

$$h = \frac{P_{\parallel}}{P}L = \frac{ma}{mg}L = \frac{a}{g}L = \mathbf{1,2 \text{ m}}$$



3. Un Boeing 747 atterra e comincia a rallentare, fino a fermarsi, muovendosi lungo la pista. Se la sua massa è $3,50 \cdot 10^5 \text{ kg}$, il modulo della sua velocità iniziale è $29,0 \text{ m/s}$ e la forza di frenata risultante è $3,80 \cdot 10^5 \text{ N}$:
- A. qual è il modulo della sua velocità dopo $8,50 \text{ s}$?
- B. quale distanza ha percorso l'aereo in questo periodo di tempo?

$$m = 3,50 \cdot 10^5 \text{ kg} \quad v_o = 29,0 \text{ m/s} \quad F = -3,80 \cdot 10^5 \text{ N} \quad t = 8,50 \text{ s} \quad v? \quad s?$$

- A. Dal secondo principio della dinamica, posso determinare la massa:

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m}$$

Possiamo ricavare la velocità finale, dalla definizione di accelerazione:

$$a = \frac{v - v_o}{t} \quad \Rightarrow \quad v = at + v_o = \frac{F}{m}t + v_o = \mathbf{19,8 \text{ m/s}}$$

- B. Dai dati in nostro possesso, possiamo determinare lo spazio percorso:

$$s = \frac{v + v_o}{2} \cdot t = \mathbf{207 \text{ m}}$$

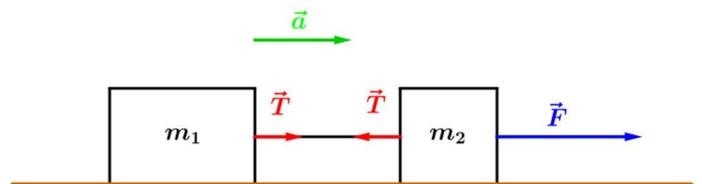
4. Sono date due masse $m_1 = 3,5 \text{ kg}$ ed $m_2 = 1,5 \text{ kg}$, collegate da una fune ideale (di massa trascurabile) e posizionate su un piano orizzontale privo di attrito (figura 1). Sapendo che alla massa m_2 è applicata una forza di 25 N , calcola l'accelerazione del sistema e la tensione della fune.

$$m_1 = 3,5 \text{ kg} \quad m_2 = 1,5 \text{ kg} \quad F = 25 \text{ N} \quad a? \quad T?$$

Dalla seconda legge della dinamica ricaviamo l'accelerazione:

$$F = (m_1 + m_2) a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \mathbf{5,0 \text{ m/s}^2}$$

$$T = m_1 a = \mathbf{18 \text{ N}}$$

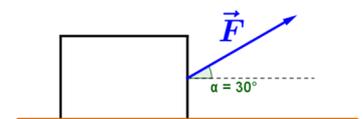


5. Su un baule di massa 30 kg posizionato su una superficie priva di attrito agisce una forza di 60 N applicata con un angolo di 30° rispetto all'orizzonte (figura 2). Calcola l'accelerazione del baule e l'intensità della reazione vincolare esercitata dalla superficie sul baule.

$$m = 30 \text{ kg} \quad F = 60 \text{ N} \quad \alpha = 30^\circ \quad a? \quad R_V?$$

L'accelerazione del baule viene determinata dalla componente orizzontale della forza:

$$F_x = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_x}{m} = \frac{F \cos \alpha}{m} = \mathbf{1,7 \text{ m/s}^2}$$



Per quanto riguarda la reazione vincolare, invece:

$$R_V = P - F_y = mg - F \sin \alpha = \mathbf{2,6 \cdot 10^2 \text{ N}}$$

6. Un motorino sta viaggiando alla velocità di 39,6 km/h. Se il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici e l'asfalto è 0,35, qual è la minima distanza entro cui fermarsi affinché le ruote non slittino?

$$v_o = 39,6 \text{ km/h} = 11,0 \text{ m/s} \quad \mu = 0,35 \quad v = 0 \text{ m/s} \quad s?$$

La forza agente è una forza frenante ed è la forza di attrito

$$F = -F_a \quad \Rightarrow \quad ma = -mg \mu \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s} = -g \mu \quad \Rightarrow \quad s = \frac{v_o^2}{2g\mu} = \mathbf{18 \text{ m}}$$

7. Due carrellini sono attaccati tramite una fune di massa trascurabile, che scorre su un piolo privo di attrito. Essi si muovono su una rotaia, a profilo triangolare, priva di attrito (figura 3).

- A. Supponendo che le due masse siano in equilibrio, scrivi la relazione che lega le masse dei due corpi.
 B. Supponendo che m_1 scenda con accelerazione a , scrivi la relazione che lega le masse dei due corpi.

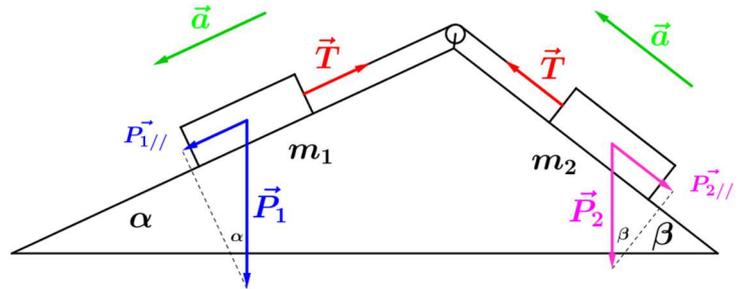
Partiamo dal diagramma delle forze a lato.

- A. Nel primo caso l'accelerazione è nulla, perciò:

$$\begin{cases} P_{1\parallel} - T = 0 \\ P_{2\parallel} - T = 0 \end{cases} \quad P_{1\parallel} = P_{2\parallel}$$

$$m_1 g \sin \alpha = m_2 g \sin \beta$$

$$m_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} m_1$$



- B. Nel secondo caso, l'accelerazione è diversa da zero:

$$\begin{cases} P_{1\parallel} - T = m_1 a \\ T - P_{2\parallel} = m_2 a \end{cases} \quad P_{1\parallel} - P_{2\parallel} = m_1 a + m_2 a$$

$$m_1 g \sin \alpha - m_2 g \sin \beta = m_1 a + m_2 a \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{g \sin \alpha - a}{g \sin \beta + a} m_1$$

8. L'apparecchio mostrato in figura 4, chiamato macchina di Atwood, è utilizzato per determinare l'accelerazione di gravità g a partire dalla misura della accelerazione a dei due corpi. Supponi che corda e carricola abbiano massa trascurabile e che la carrucola sia priva di attrito. Determina il modulo dell'accelerazione e della tensione della corda.

Essendo la massa m_2 maggiore della massa m_1 , l'accelerazione sarà verso il basso per la massa m_2 e verso l'alto per la massa m_1 , perciò ottengo le relazioni:

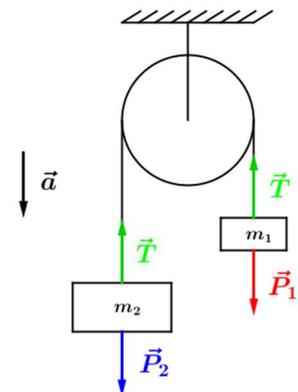
$$\begin{cases} T - P_1 = m_1 a \\ -T + P_2 = m_2 a \end{cases}$$

Risolviendo il sistema e sommando le due equazioni:

$$P_2 - P_1 = a (m_1 + m_2) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

Per determinare la tensione, sostituisco l'espressione ottenuta nella prima equazione:

$$T = P_1 + m_1 a = m_1 g + m_1 \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



9. Le ruote di un trenino elettrico di massa 1,6 kg hanno un diametro di 1,5 cm e ruotano compiendo 12 giri al secondo. Il trenino percorre una pista e dopo un tratto rettilineo affronta una curva circolare, di raggio 90 cm, mantenendo la velocità costante in modulo. Calcola la forza centripeta sul treno in curva.

$$m = 1,6 \text{ kg} \quad d = 1,5 \text{ cm} \quad f = 12 \text{ Hz} \quad R = 90 \text{ cm} \quad v = \text{cost.} \quad F_c?$$

Determino la velocità tangenziale delle ruote, che coincide con la velocità di movimento del trenino:

$$v = 2\pi r f = 2\pi \frac{d}{2} f = \pi d f$$

A questo punto, posso determinare la forza centripeta agente sul trenino:

$$F_c = m \frac{v^2}{R} = m \frac{(\pi d f)^2}{R} = \mathbf{0,57 \text{ N}}$$

10. Un ciclista deve percorrere una curva che ha la forma di un arco di circonferenza di raggio pari a 85 m. La massa totale del ciclista e della bicicletta è di 91 kg. L'attrito fra le ruote e la strada è in grado di esercitare una forza centripeta non superiore a 83 N. Determina la massima velocità alla quale il ciclista può percorrere la curva.

$$r = 85 \text{ m} \quad m = 91 \text{ kg} \quad F_a = 83 \text{ N} \quad v?$$

La forza centripeta è la forza di attrito, perciò:

$$F_c = F_a \quad \Rightarrow \quad m \frac{v^2}{r} = F_a \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{F_a r}{m} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{F_a r}{m}} = \mathbf{8,8 \text{ m/s}}$$

11. L'auto A affronta una certa curva a 35 m/s. I suoi pneumatici hanno un coefficiente di attrito statico di 0,90 con l'asfalto. L'auto B usa pneumatici con coefficiente di attrito statico 0,80. Calcola a quale velocità l'auto B può affrontare quella curva.

$$v_A = 35 \text{ m/s} \quad \mu_A = 0,90 \quad \mu_B = 0,80 \quad v_B?$$

La forza centripeta è la forza di attrito, perciò:

$$F_c = F_a \quad \Rightarrow \quad m \frac{v_A^2}{r} = m g \mu_A \quad \Rightarrow \quad \frac{v_A^2}{r} = g \mu_A \quad \Rightarrow \quad r = \frac{v_A^2}{g \mu_A}$$

Allo stesso modo per quanto riguarda l'auto B:

$$F_c = F_a \quad \Rightarrow \quad m \frac{v_B^2}{r} = m g \mu_B \quad \Rightarrow \quad \frac{v_B^2}{r} = g \mu_B \quad \Rightarrow$$

$$v_B^2 = r g \mu_B = \frac{v_A^2}{g \mu_A} \cdot g \mu_B \quad \Rightarrow \quad v_B = v_A \sqrt{\frac{\mu_B}{\mu_A}} = \mathbf{33 \text{ m/s}}$$