1. Stabilisci se sono vere o false le seguenti affermazioni e correggi le soluzioni di quelle false:

$$\frac{|x|+5}{|x|}=6 \rightarrow S=\{1\}$$ V F

$$\frac{|x|+5-6|x|}{|x|}=0 \qquad C.A.: x \neq 0 \qquad |x|=1 \qquad x=\pm 1 \qquad \boldsymbol{S=\{\pm 1\}}$$

$$\frac{1}{|x|}+2>0 \rightarrow S=\mathbb{R}-\{0\}$$ V F

$$\frac{|x-1|}{x}<0 \rightarrow S=(-\infty;0)$$ V F

$$\frac{|x-3|}{|x|+2}>0 \rightarrow S=\mathbb{R}-\{0\}$$ V F

$$x-3 \neq 0 \qquad \boldsymbol{S=\mathbb{R}-\{3\}}$$

2. Determina per quali valori del parametro a l'equazione

$$\frac{a-x}{8}-\frac{3a-2-2x}{2}=0$$

ammette una soluzione il cui modulo è maggiore di 2.

$$a-x-4(3a-2-2x)=0 \qquad a-x-12a+8+8x=0 \qquad 7x=11a-8 \qquad x=\frac{11a-8}{7}$$

$$\left|\frac{11a-8}{7}\right|>2 \qquad |\,11a-8\,|>14$$

$$11a-8<-14 \quad \vee \quad 11a-8>14$$

$$11a<-6 \quad \vee \quad 11a>22$$

$$\boldsymbol{a<-\frac{6}{11}} \quad \vee \quad \boldsymbol{a>2}$$

3. $\left|\frac{x}{x+1}\right|<1$

$$\begin{cases}\dfrac{x}{x+1}<1\\ \dfrac{x}{x+1}>-1\end{cases} \qquad \begin{cases}-\dfrac{1}{x+1}<0\\ \dfrac{2x+1}{x+1}>0\end{cases} \qquad \begin{cases}x+1>0\\ \dfrac{2x+1}{x+1}>0\end{cases} \qquad \frac{2x+1}{x+1}>0 \qquad \begin{array}{l}N>0:\ x>-\dfrac{1}{2}\\ D>0:\ x>-1\end{array}$$

-1		$-\frac{1}{2}$	
$-$		$-$	$+$
$-$		$+$	$+$
$+$		$-$	$+$

$$\begin{cases}x>-1\\ x<-1 \quad \vee \quad x>-\dfrac{1}{2}\end{cases} \qquad \boldsymbol{x>-\frac{1}{2}}$$

4. $|x| < 2x + 3$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ x < 2x + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x > -3 \end{cases} \quad \boldsymbol{x \geq 0}$

$\begin{cases} x < 0 \\ -x < 2x + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x > -1 \end{cases} \quad \boldsymbol{-1 < x < 0}$

$$-1 < x < 0 \quad \vee \quad x \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x > -1}$$

5. $|2x - 4| + |3x - 2| - 5x + 7 \geq 0$

$\begin{cases} x < \frac{2}{3} \\ -2x + 4 - 3x + 2 - 5x + 7 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < \dfrac{2}{3} \\ x \leq \dfrac{13}{10} \end{cases} \quad \boldsymbol{x < \frac{2}{3}}$

$\begin{cases} \frac{2}{3} \leq x < 2 \\ -2x + 4 + 3x - 2 - 5x + 7 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{2}{3} \leq x < 2 \\ x \leq \dfrac{9}{4} \end{cases} \quad \boldsymbol{\frac{2}{3} \leq x < 2}$

$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x - 4 + 3x - 2 - 5x + 7 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 2 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \boldsymbol{x \geq 2}$

$\boldsymbol{\forall x \in \mathbb{R}}$

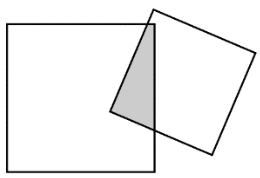
6. $\begin{cases} |3x - 1| < 2 \\ \frac{x+2|x|}{1+|x|} < 2 \end{cases}$

$\begin{cases} -2 < 3x - 1 < 2 \\ \dfrac{x + 2|x| - 2 - 2|x|}{1 + |x|} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -1 < 3x < 3 \\ \dfrac{x - 2}{1 + |x|} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -\dfrac{1}{3} < x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \quad \boldsymbol{-\frac{1}{3} < x < 1}$

7. In figura si vedono due quadrati parzialmente sovrapposti, uno dei quali ha il lato di lunghezza 4 e l'altro ha il lato di lunghezza 3. Sapendo che l'area dell'intersezione dei quadrati è 2, qual è l'area della regione coperta dai due quadrati?

Si tratta di sommare l'area del quadrato di lato 4 all'area del quadrato di lato 3, sottraendo però l'intersezione dei due quadrati, perché altrimenti sarebbe contata due volte:

$$4^2 + 3^2 - 2 = \mathbf{23}$$



8. Sia b un numero diverso da 0. Se a è il doppio di b e c è la metà di b, quanto vale il rapporto tra $3c$ e $2a$?

$$\frac{3c}{2a} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}b}{2 \cdot 2b} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \boldsymbol{\frac{3}{8}}$$

9. Sommando i quadrati di due numeri a e b si ottiene 58. Si sa inoltre che $ab = -21$. Quanto vale $(a - b)^2$?

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 58 - 2(-21) = 58 + 42 = \mathbf{100}$$