25. $2\log_a(x+4) = \log_a(2-x)$

$$c.a.: \begin{cases} x+4>0 \\ 2-x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-4 \\ x<2 \end{cases} \Rightarrow -4<x<2$$

$$\log_a(x+4)^2 = \log_a(2-x) \Rightarrow x^2+8x+16 = 2-x$$

$$x^2+9x+14=0 \Rightarrow x = \frac{-9\pm\sqrt{81-56}}{2} \begin{cases} -7 \text{ non acc} \\ -2 \end{cases}$$

$x=-2$

26. $\log_a\sqrt{x-3} = \frac{1}{2}\log_a(3x-4)$

$$c.a.: \begin{cases} x-3>0 \\ 3x-4>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>3 \\ x>\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow x>3$$

$$\frac{1}{2}\log_a(x-3) = \frac{1}{2}\log_a(3x-4)$$

$$\log_a(x-3) = \log_a(3x-4) \Rightarrow x-3=3x-4$$

$$x-3x=-4+3 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ non acc.} \Rightarrow \text{imp.}$$

27. $2\log_a\sqrt{3x} = \log_a(x^2-4)$

$$c.a.: \begin{cases} 3x>0 \\ x^2-4>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<-2 \vee x>2 \end{cases} \Rightarrow x>2$$

$$2\cdot\frac{1}{2}\log_a 3x = \log_a(x^2-4) \Rightarrow \log_a 3x = \log_a(x^2-4)$$

$$3x = x^2-4 \Rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2} \begin{cases} 4 \\ -1 \text{ non acc.} \end{cases}$$

$x=4$

28. $\dfrac{\log_a(10-x)}{\log_a(4-x)} = 2$

$$c.a.: \begin{cases} 10-x>0 \\ 4-x>0 \\ \log_a(4-x)\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<10 \\ x<4 \\ 4-x\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<10 \\ x<4 \\ x\neq 3 \end{cases} \Rightarrow x<4 \wedge x\neq 3$$

$$\log_a(10-x) = 2\log_a(4-x) \Rightarrow \log_a(10-x) = \log_a(4-x)^2 \Rightarrow$$

$$10-x = 16-8x+x^2 \Rightarrow x^2-7x+6=0 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{7\pm\sqrt{49-24}}{2} \begin{cases} 6 \text{ non acc.} \\ 1 \end{cases}$$

$x=1$

29. $\log_a |3x-1| = \log_a |x|$

$$c.a.: \begin{cases} 3x-1 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{3} \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$3x-1 = \pm x \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 = x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ 3x-1 = -x \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$x = \frac{1}{2};\ x = \frac{1}{4}$

30. $3\log_2 (x+2) - 3\log_2 (2x-1) + \log_2 4 - \log_3 9 = 0$

$$c.a.: \begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$3\log_2 (x+2) = 3\log_2 (2x-1) - 2 + 2$

$\log_2 (x+2) = \log_2 (2x-1) \Rightarrow x+2 = 2x-1 \Rightarrow x = 3$

31. $\log_a (x-5) + \log_a (x-7) + \log_a 3 = 0$

$$c.a.: \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-7 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > 7 \end{cases} \Rightarrow x > 7$$

$\log_a 3(x-5)(x-7) = \log_a 1$

$3(x^2 - 12x + 35) = 1 \Rightarrow 3x^2 - 36x + 105 = 1 \Rightarrow 3x^2 - 36x + 104 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{324-312}}{3} = \frac{18 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

$x = \frac{18-2\sqrt{3}}{3}$ *non acc. per c.a.* $\quad x = \frac{18+2\sqrt{3}}{3}$

32. $2\log_a x + \log_a (x^2+1) = \log_a (3-x^2)$

$$c.a.: \begin{cases} x > 0 \\ 3-x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 0 < x < \sqrt{3}$$

$\log_a x^2 + \log_a (x^2+1) = \log_a (3-x^2)$

$\log_a x^2 (x^2+1) = \log_a (3-x^2) \Rightarrow x^4 + x^2 = 3 - x^2 \Rightarrow x^4 + 2x^2 - 3 = 0$

$$x^2_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{1} = \begin{cases} 1 \\ -3 \text{ non acc.} \end{cases}$$

$x = 1$

33. $2\log_a(x-1)+\log_a(x-2)=\log_a(x^2-3x+2)$

$$c.a.:\begin{cases}x-1>0\\x-2>0\\x^2-3x+2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>1\\x>2\\x<1\ \vee\ x>2\end{cases}\Rightarrow\ x>2$$

$\log_a(x-1)^2(x-2)=\log_a(x^2-3x+2)$

$(x-1)^2(x-2)=(x-1)(x-2)\ \Rightarrow\ x-1=1\ \Rightarrow\ x=2$ *non acc.* *imp.*

34. $\ln(x+2)-\ln x=2\ln\frac{1}{2}$

$$c.a.:\begin{cases}x+2>0\\x>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>-2\\x>0\end{cases}\Rightarrow\ x>0$$

$\ln(x+2)=\ln x+\ln\frac{1}{4}\ \Rightarrow\ \ln(x+2)=\ln\frac{1}{4}x\ \Rightarrow\ x+2=\frac{1}{4}x$

$4x+8=x\ \Rightarrow\ 3x=-8\ \Rightarrow\ x=-\frac{8}{3}$ *non acc.* *imp.*

35. $\log_2(x+2x^2)-\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}=1$

$c.a.: x+2x^2>0\ \Rightarrow\ x<-\frac{1}{2}\ \vee\ x>0$

$\log_2(x+2x^2)-2=1\ \Rightarrow\ \log_2(x+2x^2)=3\ \Rightarrow\ \log_2(x+2x^2)=\log_2 8\ \Rightarrow$

$x+2x^2=8\ \Rightarrow\ 2x^2+x-8=0\ \Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+64}}{4}$ $\quad x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{65}}{4}$

36. $\log_5(x-2)+\log_5(x^2-25)-\log_5(x-5)=1$

$$c.a.:\begin{cases}x-2>0\\x^2-25>0\\x-5>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>2\\x<-5\ \vee\ x>5\\x>5\end{cases}\Rightarrow\ x>5$$

$\log_5(x-2)+\log_5\frac{x^2-25}{x-5}=\log_5 5\ \Rightarrow\ \log_5(x-2)+\log_5(x+5)=\log_5 5\ \Rightarrow$

$\log_5(x-2)(x+5)=\log_5 5\ \Rightarrow\ x^2+3x-10=5\ \Rightarrow\ x^2+3x-15=0$

$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+60}}{2}$ *non accettabili per c.a.* $\Rightarrow$ *imp.*