CLASSE **4^ A/C LICEO SCIENTIFICO** 29 Maggio 2014 **Simulazione di SECONDA PROVA**

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

COGNOME ________________________________ **NOME** ________________________________

PROBLEMA 1

È data la parabola di equazione $y = x^2 + x$. Rappresentala in un sistema di assi cartesiani ortogonali.

a. Determina le equazioni della trasformazione *t* ottenuta dalla composizione della traslazione di vettore $\vec{v}\,(2;1)$ e dalla rotazione di 90° in senso orario e con centro nell'origine.
b. Applica alla parabola P la trasformazione *t* e rappresenta la nuova parabola P' nello stesso sistema di assi cartesiani.
c. Determina le equazioni della trasformazione t_1 ottenuta componendo in ordine inverso le trasformazioni di cui al punto a) e verifica che la composizione non è commutativa.
d. Discuti le intersezioni della parabola P con la generica retta $y = k$, al variare di *k*.
e. Determina l'area della regione di piano compresa tra la parabola P e la bisettrice di secondo e quarto quadrante.

PROBLEMA 2

È data la semicirconferenza di diametro $\overline{CB} = 4l$. Sia H il punto medio dell'arco $\widehat{CB}$. Sul prolungamento di BH dalla parte di H considera il punto A tale che $\overline{AH} = l\sqrt{2}$. Sia D il punto di intersezione fa la parallela ad AB passante per C e la perpendicolare per A ad AB.

a. Determina la misura del raggio della circonferenza quando il perimetro del trapezio ABCD misura $3\sqrt{2} + 2$.
b. Esprimi la funzione

$$f(x) = \frac{\overline{CP} - \overline{PB}}{\overline{HM}}$$

con P appartenente all'arco $\widehat{HB}$, $P\hat{C}B = x$ e M intersezione tra CP e HB.

c. Rappresenta graficamente $f(x)$, tenendo conto dei limiti imposti dal problema.

QUESTIONARIO

1. Dal vertice A del triangolo equilatero ABC di lato l traccia una semiretta secante il triangolo e fissa su di essa il punto P tale che $\overline{AP} = l$. Calcola le ampiezze degli angoli del triangolo ABP, sapendo che è valida la seguente relazione fra le aree dei due triangoli: $S_{ABC} = \sqrt{3}\, S_{ABP}$.

2. Sia data la funzione $f(x) = sen\left(\frac{3}{2}\pi x\right)$. Se ne determini il periodo.

3. Si determini il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{tg\, x}$.

4. Il numero delle combinazioni di *n* oggetti a 4 a 4 è uguale al numero delle combinazioni degli stessi oggetti a 3 a 3. Si trovi *n*.

5. Si provi che non esiste un triangolo ABC con $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 2$ e $A\hat{B}C = 45°$. Si provi altresì che se $\overline{AB} = 3, \overline{AC} = 2$ e $A\hat{B}C = 30°$, allora esistono due triangoli che soddisfano queste condizioni.

6. Le misure dei lati di un triangolo sono 40, 60 e 80 cm. Si calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, le ampiezze degli angoli del triangolo approssimandole in gradi e primi sessagesimali.

7. Si risolva l'equazione $2^x - x - 1 = 0$.

8. Si consideri la seguente uguaglianza: $\ln\,(2x+1)^4 = 4\ln\,(2x+1)$. È vero o falso che vale per ogni x reale? Fornire un'esauriente spiegazione della risposta.

9. Alberto e Gianna sono chiamati a risolvere la seguente equazione: $senx\ cosx = \frac{1}{4}$. Alberto ottiene come soluzione gli angoli x tali che: $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ oppure $x = \frac{5}{12}\pi + k\pi$ (k intero qualsiasi); Gianna trova la seguente soluzione: $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$ (k intero qualsiasi). È vero o è falso che Alberto ha risolto correttamente e Gianna no? Fornire una risposta esauriente.

10. Le parti letterali dei termini dello sviluppo del binomio $(a+b)^{10}$, ordinati secondo le potenze decrescenti di a e crescenti di b, sono rispettivamente:

$$a^{10}, a^9b, a^8b^2, a^7b^3, a^6b^4, a^5b^5, a^4b^6, a^3b^7, a^2b^8, ab^9, b^{10}$$

Elencare i loro coefficienti e giustificare in modo esauriente la risposta.

Durata massima della prova: 4 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.