

Disquazioni logaritmiche

1. $\log_4 x < \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 4^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 2$$

2. $\log_2 x > 3$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > 2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 8 \end{cases} \Rightarrow x > 8$$

3. $\log_{\frac{1}{2}} x < 4$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > \left(\frac{1}{2}\right)^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{16}$$

4. $\log_{\frac{1}{10}} x > \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \sqrt{\frac{1}{10}} \end{cases} \Rightarrow 0 < x < \frac{\sqrt{10}}{10}$$

5. $\log_9 x \leq -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \leq 9^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{3}$$

6. $\log_{\sqrt{2}} x > 4$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > \sqrt{2}^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 4 \end{cases} \Rightarrow x > 4$$

7. $\log_7 x \leq 5$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \leq 7^5 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq 7^5$$

8. $\log x \geq 3$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10^3 \end{cases} \Rightarrow x \geq 10^3$$

9. $\log_{\sqrt[3]{5}} x < 6$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < \sqrt[3]{5^6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 25 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 25$$

10. $\frac{1}{2} < \log_3 x < 2$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 3^{\frac{1}{2}} < x < 3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{3} < x < 9 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3} < x < 9$$

11. $-\frac{1}{2} < \log_{\frac{1}{49}} x < \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{2}} < x < \left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{7} < x < 7 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{7} < x < 7$$

12. $0 \leq \log_{36} x \leq \frac{3}{2}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 36^0 \leq x \leq 36^{\frac{3}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 \leq x \leq 216 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 216$$

13. $\log(x - 3) > 1$

$$\begin{cases} x - 3 > 0 \\ x - 3 > 10^1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x > 13 \end{cases} \Rightarrow x > 13$$

14. $\log_3(x + 2) > -3$

$$\begin{cases} x + 2 > 0 \\ x + 2 > 3^{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > -\frac{53}{27} \end{cases} \Rightarrow x > -\frac{53}{27}$$

Disquazioni logaritmiche

15. $\log_{\frac{1}{10}}(x - 4) > 1$

$$\begin{cases} x - 4 > 0 \\ x - 4 < \left(\frac{1}{10}\right)^1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < \frac{41}{10} \end{cases} \Rightarrow 4 < x < \frac{41}{10}$$

16. $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) > 2$

$$\begin{cases} 3x - 5 > 0 \\ 3x - 5 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x < \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{3} < x < \frac{7}{4}$$

17. $\ln x \leq 3$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \leq e^3 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq e^3$$

18. $\ln x > -1$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > e^{-1} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{e}$$

19. $\ln(2 - x) \geq 0$

$$\begin{cases} 2 - x > 0 \\ 2 - x \geq e^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow x < 1$$

20. $\ln 4x \geq 1$

$$\begin{cases} 4x > 0 \\ 4x \geq e^1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \frac{e}{4} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{e}{4}$$

21. $1 + \log_2(x - 1) \geq 0$

$$\log_2(x - 1) \geq -1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 \geq 2^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

22. $3 - \ln x \leq 0$

$$\ln x \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq e^3 \end{cases} \Rightarrow x \geq e^3$$