

$$23. \log_2 \frac{x+3}{x} > 1$$

$$\begin{cases} \frac{x+3}{x} > 0 \\ \frac{x+3}{x} > 2^1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \vee x > 0 \\ \frac{3-x}{x} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \vee x > 0 \\ 0 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 3$$

$$24. \log_{\frac{1}{3}} (x^2 - 3) > 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 3 > 0 \\ x^2 - 3 < \left(\frac{1}{3}\right)^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3} \\ x^2 < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3} \\ -2 < x < 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$-2 < x < -\sqrt{3} \vee \sqrt{3} < x < 2$$

$$25. \log_2 \left(x^2 - \frac{3}{4}\right) < -2$$

$$\begin{cases} x^2 - \frac{3}{4} > 0 \\ x^2 - \frac{3}{4} < 2^{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee x > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x^2 < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee x > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases}$$

$$-1 < x < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee \frac{\sqrt{3}}{2} < x < 1$$

$$26. \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x) > \log_{\frac{1}{2}} 6$$

$$\begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x^2 - x < 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \vee x > 1 \\ -2 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < 0 \vee 1 < x < 3$$

$$27. \log_{\frac{1}{2}} (3x - 5) < \log_{\frac{1}{4}} (2x - 1)$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (3x - 5) < \frac{\log_{\frac{1}{2}} (2x - 1)}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (3x - 5) < \frac{\log_{\frac{1}{2}} (2x - 1)}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (3x - 5)^2 < \log_{\frac{1}{2}} (2x - 1)$$

$$\begin{cases} 3x - 5 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \\ (3x - 5)^2 > 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > \frac{1}{2} \\ 9x^2 - 32x + 26 > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > \frac{1}{2} \\ x < \frac{16 - \sqrt{22}}{9} \vee x > \frac{16 + \sqrt{22}}{9} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{16 + \sqrt{22}}{9}$$

28. $\log_5 \frac{1+|x|}{1-|x|} > \log_5 2$

$$\begin{cases} \frac{1+|x|}{1-|x|} > 0 \\ \frac{1+|x|}{1-|x|} > 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1+|x|}{1-|x|} > 2 \Rightarrow \frac{1+|x| - 2 + 2|x|}{1-|x|} > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{3|x| - 1}{1 - |x|} > 0 \Rightarrow \begin{cases} N > 0: |x| > \frac{1}{3} \Rightarrow x < -\frac{1}{3} \vee x > \frac{1}{3} \\ D > 0: |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \end{cases}$$

$$-1 < x < -\frac{1}{3} \vee \frac{1}{3} < x < 1$$

29. $\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) > \log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} (x - 2)$

$$\log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) < 0$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 4 + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) < 0 \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) < 0 \Rightarrow$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 16 + \log_{\frac{1}{2}} (x - 2) < 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 16 (x - 2) < 0$$

$$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ 16(x - 2) > \left(\frac{1}{2}\right)^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > \frac{33}{16} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{33}{16}$$

$$30. \quad \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-1} < \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-1} > 0 \\ x > 0 \\ \frac{x+1}{x-1} > x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 1 \\ x > 0 \\ \frac{x^2 - 2x - 1}{x-1} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 1 \\ x > 0 \\ x < 1 - \sqrt{2} \vee 1 < x < 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

$$1 < x < 1 + \sqrt{2}$$

$$31. \quad \ln(7-x) + \ln(12-x) > 2 \ln(x+3)$$

$$\ln(7-x)(12-x) > \ln(x+3)^2$$

$$\begin{cases} 7-x > 0 \\ 12-x > 0 \\ x+3 > 0 \\ 84-19x+x^2 > x^2+6x+9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x < 12 \\ x > -3 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow -3 < x < 3$$

$$32. \quad 1 + 2 \ln x \geq \ln 2x$$

$$\ln e + \ln x^2 \geq \ln 2x \Rightarrow \ln e x^2 \geq \ln 2x$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 2x > 0 \\ e x^2 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 0 \\ x(e x - 2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \vee x \geq \frac{2}{e} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{2}{e}$$

$$33. \quad \ln(4x+1) > \ln(2x-1) + \ln(5-x)$$

$$\ln(4x+1) > \ln(2x-1)(5-x)$$

$$\begin{cases} 4x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \\ 5-x > 0 \\ 4x+1 > 10x-2x^2-5+x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ x > \frac{1}{2} \\ x < 5 \\ 2x^2-7x+6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ x > \frac{1}{2} \\ x < 5 \\ x < \frac{3}{2} \vee x > 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \vee 2 < x < 5$$