58. $\log_{\frac{1}{2}} (2^x - 1) > -2$

$$\begin{cases} 2^x - 1 > 0 \\ 2^x - 1 < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x > 1 \\ 2^x < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \log_2 5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{0 < x < \log_2 5}$$

59. $\log_2^2 x + \log_2 x \le 0$

   $c.a.: x > 0$

   $\log_2 x \, (\log_2 x + 1) \le 0$

   $F_1 \ge 0: \log_2 x \ge 0 \;\Rightarrow\; x \ge 1$

   $F_2 \ge 0: \log_2 x + 1 \ge 0 \;\Rightarrow\; \log_2 x \ge -1 \;\Rightarrow\; x \ge \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\dfrac{1}{2} \le x \le 1}$

60. $2 \ln x - \ln^2 x \ge 0$

   $c.a.: x > 0$

   $\ln x \, (2 - \ln x) \ge 0$

   $F_1 \ge 0: \ln x \ge 0 \;\Rightarrow\; x \ge 1$

   $F_2 \ge 0: 2 - \ln x \ge 0 \;\Rightarrow\; \ln x \le 2 \;\Rightarrow\; x \le e^2$ $\boxed{1 \le x \le e^2}$

61. $2 \ln x - \ln^2 x \ge \dfrac{1}{4}$

   $c.a.: x > 0$

   $4 \ln^2 x - 8 \ln x + 1 \le 0 \;\Rightarrow\; \ln x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{4} = \dfrac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$

   $\dfrac{2 - \sqrt{3}}{2} \le \ln x \le \dfrac{2 + \sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; \boxed{e^{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \le x \le e^{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}}$

62. $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \le 0$

   $c.a.: x > 0$ $\log_{\frac{1}{2}} x \, (\log_{\frac{1}{2}} x + 1) \le 0$

   $F_1 \ge 0: \log_{\frac{1}{2}} x \ge 0 \;\Rightarrow\; x \le 1$

   $F_2 \ge 0: \log_{\frac{1}{2}} x + 1 \ge 0 \;\Rightarrow\; x \le 2$ $\boxed{1 \le x \le 2}$

63. $\log_{\frac{1}{3}}^3 x - 4\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 29\log_{\frac{1}{3}} x - 24 \le 0$

   $c.a.: x > 0$ Pongo: $\log_{\frac{1}{3}} x = t$

   $t^3 - 4t^2 - 29t - 24 \le 0 \;\Rightarrow\; (t+1)(t-8)(t+3) \le 0 \;\Rightarrow$

   $t \le -3 \;\lor\; -1 \le t \le 8 \;\Rightarrow\; \log_{\frac{1}{3}} x \le -3 \;\lor\; -1 \le \log_{\frac{1}{3}} x \le 8$

   $\begin{cases} \dfrac{1}{6561} \le x \le 3 \;\lor\; x \ge 27 \\ x > 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \boxed{\dfrac{1}{6561} \le x \le 3 \;\lor\; x \ge 27}$

64. $(2^{\sqrt{x}} - 2^x)(\ln^2 x - 4) \le 0$

   $c.a.: x > 0 \qquad (2^{\sqrt{x}} - 2^x)(\ln x - 2)(\ln x + 2) \le 0$

   $F_1 \ge 0: 2^{\sqrt{x}} \ge 2^x \;\Rightarrow\; \sqrt{x} \ge x \;\Rightarrow\; x \ge x^2 \;\Rightarrow\; 0 \le x \le 1$

   $F_2 \ge 0: \ln x \ge 2 \;\Rightarrow\; x \ge e^2$

   $F_3 \ge 0: \ln x \ge -2 \;\Rightarrow\; x \ge e^{-2}$

   $\begin{cases} x \le 0 \;\lor\; e^{-2} \le x \le 1 \;\lor\; x \ge e^2 \\ x > 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \boxed{e^{-2} \le x \le 1 \;\lor\; x \ge e^2}$

65. $\log_{\sqrt{2}}(2x+1) - \log_{\sqrt{2}}(3-x) < 2$

   $\log_{\sqrt{2}}(2x+1) < \log_{\sqrt{2}}(3-x) + 2 \;\Rightarrow\; \log_{\sqrt{2}}(2x+1) < \log_{\sqrt{2}}(3-x) + \log 2$

   $\log_{\sqrt{2}}(2x+1) < \log_{\sqrt{2}} 2(3-x)$

   $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 3-x > 0 \\ 2x+1 < 2(3-x) \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} x > -\dfrac{1}{2} \\ x < 3 \\ x < \dfrac{5}{4} \end{cases} \;\Rightarrow\; \boxed{-\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{5}{4}}$

66. $5\log_3^2 x + 24\log_3 x - 5 \ge 0$

   $c.a.: x > 0 \qquad$ Pongo: $\log_3 x = t \;\Rightarrow\; 5t^2 + 24t - 5 \ge 0 \;\Rightarrow\; t \le -5 \;\lor\; t \ge \dfrac{1}{5}$

   $\log_3 x \le -5 \;\lor\; \log_3 x \ge \dfrac{1}{5} \;\Rightarrow\; x \le 3^{-5} \;\lor\; x \ge 3^{\frac{1}{5}}$

   $\begin{cases} x \le \dfrac{1}{3^5} \;\lor\; x \ge \sqrt[5]{3} \\ x > 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \boxed{0 < x \le \dfrac{1}{243} \;\lor\; x \ge \sqrt[5]{3}}$

67. $\ln(|x| - 2) < 1$

$$\begin{cases} |x| - 2 > 0 \\ |x| - 2 < e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \ \lor \ x > 2 \\ -e - 2 < x < e + 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{-e - 2 < x < -2 \ \lor \ 2 < x < 2 + e}$$

68. $\log_2 \dfrac{|x| - 1}{2 - |x + 3|} \leq 2$

$$\begin{cases} \dfrac{|x| - 1}{2 - |x + 3|} > 0 \\ \dfrac{|x| - 1}{2 - |x + 3|} \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{|x| - 1}{2 - |x + 3|} > 0 \\ \dfrac{|x| - 9 + |x + 3|}{2 - |x + 3|} \leq 0 \end{cases}$$

$$\dfrac{|x| - 1}{2 - |x + 3|} > 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} |x| - 1 > 0 \ \Rightarrow \ x < -1 \ \lor \ x > 1 \\ 2 - |x + 3| > 0 \ \Rightarrow \ -5 < x < -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \quad -5 < x < -1 \ \lor \ -1 < x < 1$$

$$\dfrac{|x| - 9 + 4|x + 3|}{2 - |x + 3|} \leq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} |x| - 9 + 4|x + 3| \geq 0 \ \Rightarrow \\ \begin{cases} x < -3 \\ -5x \geq 21 \end{cases} \lor \begin{cases} -3 \leq x < 0 \\ 3x \geq -3 \end{cases} \lor \begin{cases} x \geq 0 \\ 5x \geq -3 \end{cases} \\ x \leq -\dfrac{21}{5} \ \lor \ -1 \leq x < 0 \ \lor \ x \geq 0 \\ x \leq -\dfrac{21}{5} \ \lor \ x \geq -1 \\ 2 - |x + 3| > 0 \ \Rightarrow \ -5 < x < -1 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$x < -5 \ \lor \ x \geq -\dfrac{21}{5}$$

$$\boxed{-\dfrac{21}{5} \leq x < -1 \ \lor \ -1 < x < 1}$$

69. $\ln(\sqrt{|x|} - 1) < \ln 2$

$$\begin{cases} \sqrt{|x|} - 1 > 0 \\ \sqrt{|x|} - 1 < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{|x|} > 1 \\ \sqrt{|x|} < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \ \lor \ x > 1 \\ -9 < x < 9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\boxed{-9 < x < -1 \ \lor \ 1 < x < 9}$$