1. $\sqrt{3x^2-7x+2} \geq x-2$

$$\begin{cases} 3x^2-7x+2 \geq (x-2)^2 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x-2<0 \\ 3x^2-7x+2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2-7x+2 \geq x^2-4x+4 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x<2 \\ x_{1,2}=\frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{6}=\left\langle \begin{array}{l} 2 \\ \frac{1}{3} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2-3x-2 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x<2 \\ x \leq \frac{1}{3} \quad \vee \quad x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2}=\frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4}=\left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right. \\ x \geq 2 \end{cases} \quad \vee \quad x \leq \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \quad \vee \quad x \geq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad \vee \quad x \leq \frac{1}{3}$$

$$\boldsymbol{x \leq \frac{1}{3}} \quad \vee \quad \boldsymbol{x \geq 2}$$

2. $\sqrt{9x^2+1}=3x-1$

$$C.C.S.: 3x-1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq \frac{1}{3}$$

Elevo a quadrato entrambi i membri: $9x^2+1=9x^2-6x+1$

La soluzione $x=0$ non è accettabile per le condizioni di concordanza del segno, perciò: **impossibile**.

3. $\sqrt{4x-1}+\sqrt{3x}+\sqrt{x+4}=0$

L'equazione è **impossibile**, perché i tre radicali sono sempre positivi e la loro somma non può essere nulla. Inoltre non esiste un valore che annulli tutti e tre i radicali contemporaneamente.

4. $\sqrt{3x+1}<-1$

L'equazione è **impossibile**, perché un radicale, in quanto positivo, non può essere minore di un numero negativo.

5. $\sqrt{4x+3} > -2$

Vale per le condizioni di accettabilità del radicando, visto che un radicale di indice pari è sempre maggiore di un numero negativo:

$$4x+3 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x \geq -\frac{3}{4}}$$

6. $\sqrt[3]{x^3+6x^2} = x+2$

$$\left(\sqrt[3]{x^3+6x^2}\right)^3 = (x+2)^3$$

$$x^3+6x^2 = x^3+6x^2+12x+8$$

$$12x+8=0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = -\frac{2}{3}}$$

7. Determina la probabilità che, estraendo una carta da un mazzo di 52, esca una carta di picche o una figura.

$$p\,(picche) = \frac{13}{52} \qquad p\,(figura) = \frac{12}{52} \qquad p\,(picche \cap figura) = \frac{3}{52}$$

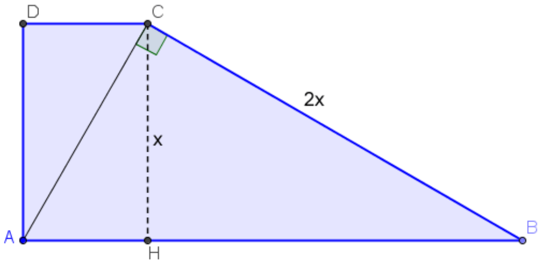
$$p(picche \cup figura) = p(picche) + p(figura) - p\,(picche \cap figura) = \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52} = \frac{22}{52} = \boldsymbol{\frac{11}{26}}$$

8. Calcola la probabilità che, lanciando un dato e estraendo una carta da un mazzo di 40, esca in entrambi un divisore di 6.

$$p\,(dado) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \qquad p\,(carta) = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \boldsymbol{\frac{4}{15}}$$

9. In un trapezio rettangolo il lato obliquo è doppio dell'altezza e la diagonale minore – perpendicolare al lato obliquo – è doppia della base minore.
   A. Sapendo che la diagonale minore è lunga 6 cm, calcola il perimetro del trapezio.
   B. Sapendo che il perimetro del trapezio vale $(10+6\sqrt{3})\ cm$, calcolane l'area.




A.

$$\overline{AH}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=3cm$$

Posso quindi determinare l'altezza CH con il teorema di Pitagora:

$$\overline{CH}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AH}^2}=3\sqrt{3}\ cm$$

Perciò il lato BC è $6\sqrt{3}\ cm$ e posso determinare, con il teorema di Pitagora, il lato HB e quindi poi il perimetro:

$$\overline{BH}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{CH}^2}=9\ cm$$

$$2p=\overline{AH}+\overline{HB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=3\ cm+9\ cm+6\sqrt{3}\ cm+3\ cm+3\sqrt{3}\ cm=\mathbf{3\ (5+3\sqrt{3})\ cm}$$

B. Indico con x l'altezza CH e con 2x il lato obliquo CB. Posso determinare HB con il teorema di Pitagora:

$$\overline{BH}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{CH}^2}=x\sqrt{3}$$

Vale il secondo teorema di Euclide, per il triangolo ABC:

$$\overline{AH}:\overline{HC}=\overline{HC}:\overline{HB} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{AH}=\frac{\overline{HC}\cdot\overline{HC}}{\overline{HB}}=\frac{x}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$$

Ho quindi tutti gli elementi per determinare il perimetro e porlo uguale a $(10+6\sqrt{3})\ cm$ per determinare la x:

$$2p=\overline{AH}+\overline{HB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=\frac{\sqrt{3}}{3}x+x\sqrt{3}+2x+\frac{\sqrt{3}}{3}x+x=10+6\sqrt{3}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{3}x+3x=10+6\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}x\,(5+3\sqrt{3})=10+6\sqrt{3} \qquad \Rightarrow \qquad x=2\sqrt{3}$$

Perciò:

$$\overline{BH}=x\sqrt{3}=6\ cm \quad \overline{CH}=x=2\sqrt{3}\ cm \quad \overline{AH}=\frac{x}{\sqrt{3}}=2\ cm$$

$$Area=\frac{(2\cdot\overline{AH}+\overline{HB})\cdot\overline{CH}}{2}=\frac{10\ cm\ \cdot 2\sqrt{3}\ cm}{2}=\mathbf{10\sqrt{3}cm^2}$$

NB: se abbiamo notato che il perimetro è esattamente 2/3 di quello determinato in precedenza, diventa semplice calcolarne i lati, che avranno esattamente misura pari a 2/3 dei lati determinati al punto precedente.