

ESERCIZI SVOLTI SULLE FUNZIONI CONTINUE

1. Studia i punti singolari delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{5-x}{x^2-5x}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{|x-1|}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{se } x \geq 1 \\ -2 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{|x-1|}$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

2. Verifica se la seguente funzione è continua nel suo dominio:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+6}{x-2} & \text{se } x \leq 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{3}}{3-x} & \text{se } 2 < x < 3 \\ 7 & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

3. Controlla se le seguenti funzioni verificano il teorema di Weierstrass nell'intervallo a fianco indicato:

$$- f(x) = \frac{x^4}{5-x^2} \quad I = [-3; 0]$$

$$- f(x) = e^{\frac{1}{x}} \quad I = [2; 4]$$

$$- f(x) = \ln \frac{x^2-1}{5x} \quad I = \left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{6} \right]$$

4. Controlla se le seguenti funzioni verificano le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri nell'intervallo a fianco indicato:

$$- f(x) = \frac{x^4}{5-x^2} \quad I = [-2; 1]$$

$$- f(x) = \frac{x^4}{5-x^2} \quad I = [-2; 1]$$

$$- f(x) = e^{\frac{1}{x}} \quad I = [-2; 1]$$

$$- f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{2x-4} \quad I = [3; 4]$$

$$- f(x) = x^2 + \frac{1}{x} \quad I = \left[-2; -\frac{1}{2} \right]$$

5. Stabilisci se le seguenti equazioni hanno soluzioni interne agli intervalli indicati:

- $x^3 - 5x + 3 = 0$ $I = \left[-2; -\frac{1}{2} \right]$

- $x^4 - 3x + 7 = 0$ $I = [-2; 2]$

- $x^3 - e^x = 0$ $I = [0; 1]$

- $-2 - x^2 + e^{\frac{1}{x}} = 0$ $I = \left[\frac{1}{2}; 1 \right]$