1. Due tratti di filo di rame paralleli, di sezione $3{,}0\ mm^2$ e lunghezza $1{,}20\ m$ si trovano nel vuoto a una distanza di $0{,}43\ m$. All'istante t_o, ai capi di uno dei due tratti di filo viene applicata una differenza di potenziale di $20\ V$. La resistività del rame vale $1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$. Calcola il modulo della forza magnetica che agisce sui due tratti di filo. Dopo un intervallo di tempo Δt, anche al secondo filo viene applicata la differenza di potenziale: calcola il modulo della forza magnetica che agisce sui due tratti di filo.

$$S = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^2 \qquad l = 1{,}20\ m \qquad d = 0{,}43\ m \qquad \Delta V = 20\ V \qquad \rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega m \qquad F_1? \quad F_2?$$

Nel caso in cui la differenza di potenziale venga applicata solo a un filo, siccome nel secondo non circola corrente, la forza agente tra i due fili è nulla. Nel secondo caso, invece, possiamo determinare la forza magnetica agente sui due tratti di filo, determinando prima la corrente con l'applicazione della prima e della seconda legge di Ohm: $\Delta V = iR \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\Delta V}{R}$.

La seconda legge di Ohm, ci permette di determinare la resistenza: $R = \rho \frac{l}{S}$. Perciò la corrente (uguale per entrambi i fili) è data da:

$$i_1 = i_2 = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\Delta V}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{\Delta V\, S}{\rho l}$$

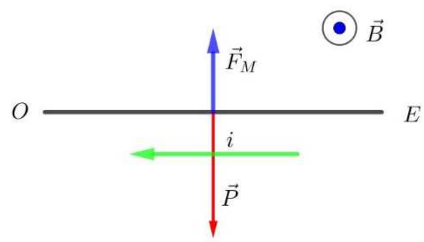
Si può ora calcolare la forza magnetica:

$$F = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{(i_1 i_2)}{d}\, l = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i^2}{d}\, l = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{l}{d}\left(\frac{\Delta V\, S}{\rho l}\right)^2 = \mathbf{4{,}8\ N}$$

2. Un'asta di alluminio con sezione $1{,}0\ mm^2$ viene sospesa a un dinamometro in modo da stare in equilibrio in posizione orizzontale. L'asta viene disposta in modo da essere orientata perpendicolarmente al meridiano magnetico e, successivamente, in essa si fa passare una corrente di $1{,}6\ A$ da Est a Ovest. Quando circola corrente si osserva una diminuzione di peso dell'asta pari allo $0{,}128\%$. La densità dell'alluminio vale $2690\ kg/m^3$. Determina l'intensità del campo magnetico terrestre nella posizione della misura.

$$S = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^2 \qquad i = 1{,}6\ A \qquad \Delta P = -\frac{0{,}128}{100} P \qquad \mathrm{d} = 2690\ \mathrm{kg/m^3} \qquad B?$$

Dalla rappresentazione della situazione, possiamo notare che la forza magnetica è rivolta verso l'alto, ovvero "alleggerisce" la sbarra, in altre parole è pari alla variazione di forza peso: $F_M = \frac{0{,}128}{100} P$. Il modulo della forza magnetica è dato da $F_M = Bil$, perciò:



$$Bil = \frac{0{,}128}{100} mg$$

Sapendo che $d = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad m = dV = dSl$, otteniamo:

$$Bil = \frac{0{,}128}{100} dSlg \quad \Rightarrow \quad B = \frac{0{,}128}{100}\frac{dSg}{i} = \mathbf{2{,}1 \cdot 10^{-5}\ T}$$

3. Due spire rispettivamente di raggio $4{,}5\ cm$ e $7{,}2\ cm$ sono disposte nello stesso piano in modo tale che i rispettivi centri siano sovrapposti. Nelle due spire circola una corrente con la stessa intensità di $8{,}5\ A$, ma di verso opposto. Determina il campo magnetico totale nel centro. Supponi di poter variare la corrente nella spira più piccola. Quanto deve essere l'intensità della corrente nella spira più piccola affinché il campo magnetico totale nel centro sia nullo?

$$R_1 = 4{,}5\ cm \qquad R_2 = 7{,}2\ cm \qquad i_1 = i_2 = 8{,}5\ A \qquad B? \qquad B' = 0\ T \qquad R_1'?$$

Se supponiamo che nella spira più piccola la corrente abbia verso antiorario e in quella più grande abbia verso orario, la spira più piccola genera un campo magnetico uscente dal piano, mentre quella più grande genera un campo magnetico entrante. Consideriamo positivo il verso del campo magnetico generato dalla spira più piccola, per determinare il campo magnetico totale, dobbiamo fare la differenza tra i due campi magnetici:

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_o}{2}\frac{i_1}{R_1} - \frac{\mu_o}{2}\frac{i_2}{R_2} = \frac{\mu_o}{2} i \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \mathbf{4{,}5 \cdot 10^{-5}\ T}$$

Ponendo il campo magnetico totale nullo nella precedente equazione, possiamo determinare la corrente:

$$\frac{\mu_o}{2}\frac{i_1}{R_1} - \frac{\mu_o}{2}\frac{i_2}{R_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_1}{R_1} = \frac{i_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad i_1 = i_2 \frac{R_1}{R_2} = \mathbf{5{,}3\ A}$$

4. Alcune particelle alfa, dopo essere state accelerate da una differenza di potenziale di $15\ kV$ lungo il semiasse positivo delle x, entrano in una zona in cui è presente un campo magnetico uniforme di modulo $2{,}5\ mT$ diretto come il semiasse positivo delle y. Calcola la velocità delle particelle alfa e l'intensità, la direzione e il verso del campo elettrico che bisogna applicare nella zona in cui è presente il campo magnetico per fare in modo che la particella alfa non venga deflessa. (la particella alfa è un nucleo di elio, forma quindi da due protoni e due neutroni – la massa del protone è $1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$ e la sua carica è $1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$)

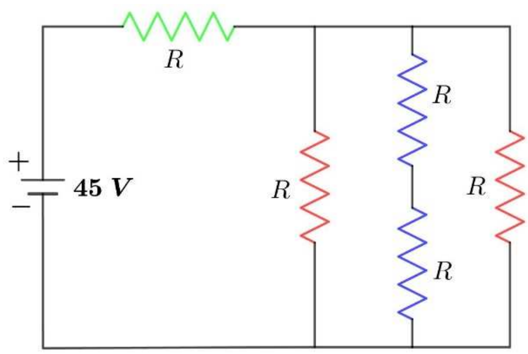
$$\Delta V = 15\ kV \qquad B = 2{,}5\ mT \qquad m_\alpha = 4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg \qquad Q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C \qquad v? \qquad \vec{E}?$$

Per il principio di conservazione dell'energia: $Q\Delta V = \frac{1}{2} m_\alpha v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2Q\Delta V}{m_\alpha}} = \mathbf{1{,}2 \cdot 10^6\ m/s}$.

Perché la particella non venga deflessa, la forza magnetica agente sulla particella deve essere uguale e opposta alla forza elettrica. La forza magnetica, per la regola della mano destra, ha la stessa direzione e lo stesso verso dell'asse z, quindi la forza elettrica ha la stessa direzione ma verso opposto all'asse z. Siccome la particella è positiva, anche il campo elettrico ha lo stesso verso della forza elettrica.

$$F_e = F_M \quad \Rightarrow \quad QE = QvB \quad \Rightarrow \quad E = vB = \mathbf{3{,}0 \cdot 10^3\ V/m}$$

5. Il circuito in figura contiene cinque resistori identici. La batteria da 45 V fornisce una potenza di 58 W al circuito. Calcola la resistenza R di ciascun resistore.



Cominciamo con il determinare la resistenza equivalente: le due resistenze indicate in blu sono collegate in serie, quindi hanno resistenza equivalente 2R; questa resistenza è collegata in parallelo con le due resistenze indicate in rosso, perciò hanno resistenza equivalente:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{2}{5}R$$

Questa resistenza è poi collegata in serie con la resistenza verde e, a questo punto, la resistenza equivalente è pari a: $R_{eq} = \frac{2}{5}R + R = \frac{7}{5}R$.

Dalla prima legge di Ohm sappiamo che $\Delta V = iR_{eq}$ e dalla definizione di potenza sappiamo che $P = i\Delta V$, quindi:

$$i = \frac{P}{\Delta V} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{P}{\Delta V} R_{eq}$$

$$R_{eq} = \frac{(\Delta V)^2}{P} \qquad \frac{7}{5}R = \frac{(\Delta V)^2}{P} \qquad R = \frac{5}{7}\frac{(\Delta V)^2}{P} = \mathbf{25\ \Omega}$$