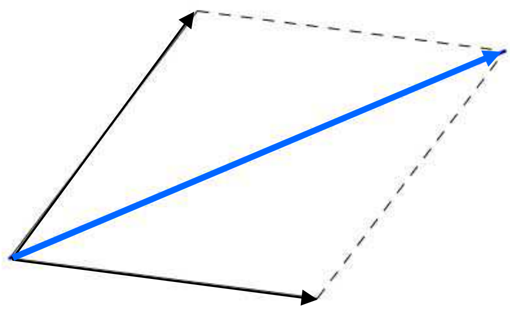
1. Due forze di $6{,}4 \cdot 10^2$ N ciascuna sono applicate a un corpo di massa $1{,}4 \cdot 10^3$ kg. Le due forze formano tra di loro un angolo di 60°.
    a. Determina il modulo della forza risultante sul corpo.
    b. Se l'angolo tra le forze viene aumentato a 90°, la forza risultante è maggiore o minore di prima?

A. Applicando la regola del parallelogrammo, si viene a formare un rombo che è l'unione di due triangoli equilateri (l'angolo al vertice è di 60° e i due lati obliqui sono vettori uguali). Perciò la diagonale (ovvero il vettore risultante) è il doppio dell'altezza di un triangolo equilatero che ha per lato la forza data, in altre parole:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2\,F_1\,sen\,60° = \mathbf{1,1 \cdot 10^3 N}$$



B. Se l'angolo fra le due forze fosse di 90°, la forza risultante sarebbe minore, perché equivarrebbe alla diagonale del quadrato che ha per lato la forza, ovvero:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = F_1\sqrt{2} = \mathbf{0,91 \cdot 10^3 N}$$

2. Un corpo di massa 1,5 kg si muove di moto rettilineo uniforme mentre è soggetto all'azione contemporanea di due forze $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$. Quale condizione devono soddisfare $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ affinché il corpo continui a muoversi di moto rettilineo uniforme? Motiva la tua risposta.

Per il primo principio della dinamica, un punto materiale mantiene costante la propria velocità se e solo se è soggetto a una forza totale nulla. Quindi:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{F}}_1 = -\vec{\boldsymbol{F}}_2$$

3. Durante una partita di bowling imprimi a una boccia di massa 6,8 kg una forza di 98 N per 0,50 s. Calcola la velocità finale della boccia.

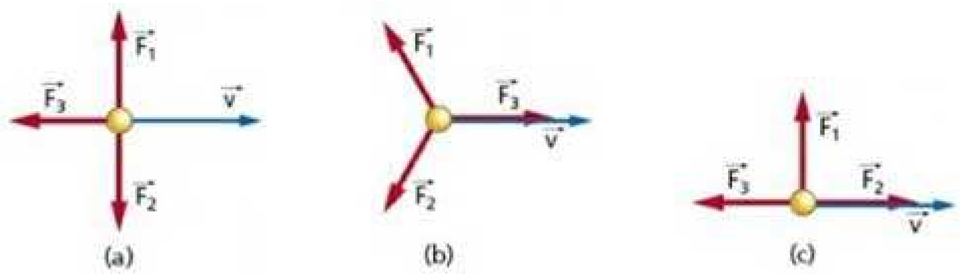
Per la definizione di accelerazione: $a = \frac{v - v_0}{t} \quad \Longrightarrow \quad v = v_o + at$. Dato che la velocità iniziale è nulla, $v = at$.

Per il secondo principio della dinamica: $F = ma \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{F}{m}$.

Sostituendo nella formula della velocità, otteniamo il risultato richiesto:

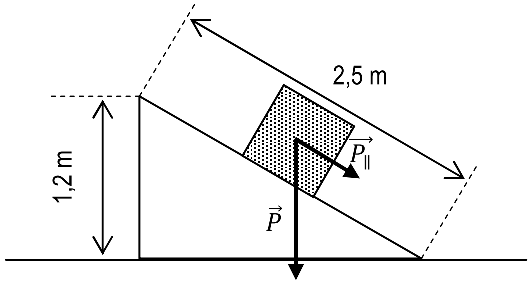
$$v = at = \frac{F}{m}t = \mathbf{7,2\ m/s}$$

4. Su un punto materiale in moto con velocità *v* agiscono tre forze di uguale intensità. Stabilisci il tipo di moto a cui è soggetto il punto materiale per ciascuna delle tre situazioni rappresentate in figura.




A. Le forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sono uguali e opposte, perciò si annullano. Resta quindi solo la forza $\vec{F}_3$ che ha stessa direzione, ma verso opposto rispetto alla velocità, perciò il moto è uniformemente accelerato.
B. Nel secondo caso, le tre forze hanno lo stesso modulo e formano tra di loro un angolo di 120°, perciò sommandole danno risultante nulla. Come enunciato dal primo principio della dinamica, la velocità sarà costante, cioè il moto è rettilineo uniforme.
C. Le forze $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_2$ sono uguali e opposte, perciò si annullano. Resta quindi solo la forza $\vec{F}_1$ che è perpendicolare alla velocità, perciò il moto è curvilineo.

5. Un blocco scende lungo un piano inclinato privo di attrito, alto 1,2 m e lungo 2,5 m. Quanto vale l'accelerazione del blocco?




Il triangolo rettangolo che ha come ipotenusa la forza peso e come cateto minore la sua componente nella direzione parallela al piano è simile al triangolo che rappresenta il piano inclinato, perciò:

$$P_{\parallel} : P = h : l \quad \Longrightarrow \quad P_{\parallel} = \frac{Ph}{l} = \frac{mgh}{l}$$

Per il secondo principio della dinamica la forza che agisce sul blocco è data da:

$$F = ma$$

E vale l'equivalenza: $F = P_{\parallel}$.

Perciò:

$$ma = \frac{mgh}{l} \quad \Longrightarrow \quad a = g\frac{h}{l} = \mathbf{4,7\ m/s^2}$$

6. All'aeroporto una valigia di 25 kg, posta su una piattaforma in rotazione su un piano orizzontale, si muove di moto circolare uniforme. Il raggio della traiettoria è 2,8 m e l'accelerazione centripeta è 8,3 m/s$^2$. Calcola il valore della forza che agisce sulla valigia e la sua velocità.

Conoscendo l'accelerazione centripeta, posso ricavare la forza centripeta, applicando il secondo principio della dinamica:

$$F = ma_c = \mathbf{2,1 \cdot 10^2\ N}$$

Per determinare la velocità, ricavo la formula inversa dalla definizione di accelerazione centripeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{a_c r} = \mathbf{4,8\ m/s}$$

7. Una cassa di 14 kg viene spinta su un pavimento da una forza parallela allo spostamento. Il coefficiente di attrito dinamico tra la cassa e il pavimento è 0,20. È noto che il lavoro totale è nullo. Calcola il modulo della forza applicata.

Se il lavoro totale è nullo, sarà nulla anche la risultante delle forze applicate, dato che:

$$W = Fs + mg\mu s$$

Perciò la forza applicata è uguale alla forza di attrito:

$$F = mg\mu = \mathbf{27\ N}$$

8. Un furgone di massa 3,5 t viaggia a 30 km/h. Una moto (con il guidatore) ha una massa di 350 kg. Calcola quale deve essere la velocità della moto, per avere la stessa energia cinetica del furgone.

Si può risolvere il problema applicando la definizione di energia cinetica e ponendo uguali le due energie cinetiche:

$$K_1 = K_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \quad \Longrightarrow \quad v_2 = v_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \mathbf{95\ km/h}$$

9. Un montacarichi di massa 300 kg solleva un carico costituito da 500 kg di mattoni a 1,2 m/s. Trascurando l'attrito, qual è la potenza necessaria?

$$P = \frac{W}{t} = \frac{(m_1 + m_2)gs}{t} = (m_1 + m_2)gv = \mathbf{9,4\ kW}$$

10. Un'automobile di 1500 kg passa da 70 km/h a 90 km/h in 3,8 s. Qual è la variazione della quantità di moto? Determina l'intensità della forza motrice.

$$\Delta p = mv - mv_o = \mathbf{8,3 \cdot 10^3\ kg\ m/s}$$

Per determinare l'intensità della forza motrice, considero l'espressione del secondo principio della dinamica in termini di quantità di moto:

$$Ft = \Delta p \quad \Longrightarrow \quad F = \frac{\Delta p}{t} = \mathbf{2,2 \cdot 10^3\ N}$$

11. Una biglia di 110 g colpisce una parete con una velocità di 13 m/s, arrivando perpendicolarmente alla parete. La biglia rimbalza nella stessa direzione con una velocità di 8,0 m/s. Il tempo di contatto è di 0,02 s. Quanto vale la forza media esercitata dalla parete?

$$m = 110g = 0{,}110\ kg \qquad v_o = -13\ m/s \qquad v = 8{,}0\ m/s \qquad t = 0{,}02\ s$$

Per determinare l'intensità della forza media esercitata dalla parete, considero l'espressione del secondo principio della dinamica in termini di quantità di moto:

$$Ft = \Delta p \quad \Longrightarrow \quad F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{mv - mv_o}{t} = \mathbf{1,2 \cdot 10^2\ N}$$

12. Un proiettile di 20 g è sparato orizzontalmente con la velocità di 250 m/s da un fucile di 1,50 kg. Quale sarebbe la velocità di rinculo del fucile se colui che spara l'impugnasse senza opporre resistenza?

Applico la legge di conservazione della quantità di moto, considerando nulla la velocità iniziale (ovvero la velocità di proiettile e fucile prima dello sparo):

$$0 = m_1V_1 + m_2V_2 \quad \Longrightarrow \quad V_2 = -\frac{m_1}{m_2}V_1 = \mathbf{-3,3\ m/s}$$

13. Un blocco di 4,0 kg si muove verso destra a 3,0 m/s. Esso urta un blocco di 6,0 kg che si muove verso sinistra a 2,0 m/s.
    a. Qual è la quantità di moto totale del sistema costituito dai due blocchi?
    b. Calcola la velocità finale di ciascun blocco nel caso di urto perfettamente anelastico.
    c. Calcola la velocità finale di ciascun blocco nel caso di urto elastico.

$$m_1 = 4{,}0\ kg \qquad v_1 = 3{,}0\ m/s \qquad m_2 = 6{,}0\ kg \qquad v_2 = -2{,}0\ m/s$$

A. $p_{tot} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = \mathbf{0\ kg\ m/s}$

B. Siccome la quantità di moto totale è nulla e si conserva, allora la velocità finale di ciascun blocco sarà nulla, considerato che i due blocchi restano attaccati (urto perfettamente anelastico).

C. Trattandosi di un urto elastico, si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica:

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Ho scelto di indicare con le lettere minuscole le velocità iniziali, ovvero prima dell'urto e con le maiuscole quelle dopo l'urto:

$$\begin{cases} m_1 v_1 - m_1 V_1 = m_2 V_2 - m_2 v_2 \\ m_1 v_1^2 - m_1 V_1^2 = m_2 V_2^2 - m_2 v_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 (v_1 - V_1) = m_2 (V_2 - v_2) \\ m_1 (v_1^2 - V_1^2) = m_2 (V_2^2 - v_2^2) \end{cases}$$

Dividendo la seconda equazione per la prima membro a membro: $\frac{m_1(v_1^2 - V_1^2)}{m_1(v_1 - V_1)} = \frac{m_2(V_2^2 - v_2^2)}{m_2(V_2 - v_2)} \Rightarrow \frac{(v_1 - V_1)(v_1 + V_1)}{v_1 - V_1} = \frac{(V_2 - v_2)(V_2 + v_2)}{V_2 - v_2}$

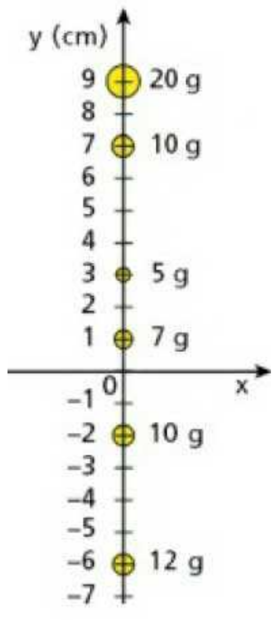
Semplificando, otteniamo: $V_2 = v_1 + V_1 - v_2$. Sostituendo l'espressione appena ottenuta nella prima equazione del primo sistema, ricaviamo il valore della velocità finale della massa $m_1$:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 v_1 + m_2 V_1 - m_2 v_2$$

$$V_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2\, m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \mathbf{-3{,}0\ m/s}$$

$$V_2 = v_1 + V_1 - v_2 = \mathbf{2{,}0\ m/s}$$

14. Considera il sistema di massa mostrato in figura. Calcola il centro di massa.




$$\begin{array}{ll} m_1 = 20\ g & y_1 = 9\ cm \\ m_2 = 10\ g & y_2 = 7\ cm \\ m_3 = 5\ g & y_3 = 3\ cm \\ m_4 = 7\ g & y_4 = 1\ cm \\ m_5 = 10\ g & y_5 = -2\ cm \\ m_6 = 12\ g & y_6 = -6\ cm \end{array}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{6} m_i v_i}{\sum_{i=1}^{6} m_i} = \frac{20g \cdot 9\ cm + 10g \cdot 7\ cm + 5g \cdot 3\ cm + 7g \cdot 1\ cm - 10g \cdot 2\ cm - 12g \cdot 6\ cm}{20g + 10g + 5g + 7g + 10g + 12g} = \mathbf{2{,}8\ cm}$$