$$y = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

Dominio: $x^2 - 4 > 0$ $\boldsymbol{D =]-\infty; -2[\ \cup\ ]2;\ +\infty[}$

La funzione è **pari**.

Intersezioni con l'asse x: $\begin{cases} y = \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2-4}} \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 9 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_{1,2} = \pm 3 \\ y = 0 \end{cases}$ $\boldsymbol{A\,(-3; 0)}$ $\boldsymbol{B\,(3; 0)}$

Intersezioni con l'asse y: non ci sono intersezioni, in quanto è escluso dal dominio.

Positività della funzione: $\frac{x^2-9}{\sqrt{x^2-4}} > 0$ $x^2 - 9 > 0$ $\boldsymbol{x < -3 \quad \vee \quad x > 3}$

Ricerca di asintoti e classificazione dei punti di discontinuità/singolarità:

$$\lim_{x \to -2^-} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 4}} = -\infty \qquad \boldsymbol{x = -2 \text{ asintoto verticale e } x = -2 \text{ punto di singolarità di II specie}}$$

Per la parità della funzione: $\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2-4}} = -\infty$ $\boldsymbol{x = 2 \text{ asintoto verticale e } x = 2 \text{ punto di singolarità di II specie}}$

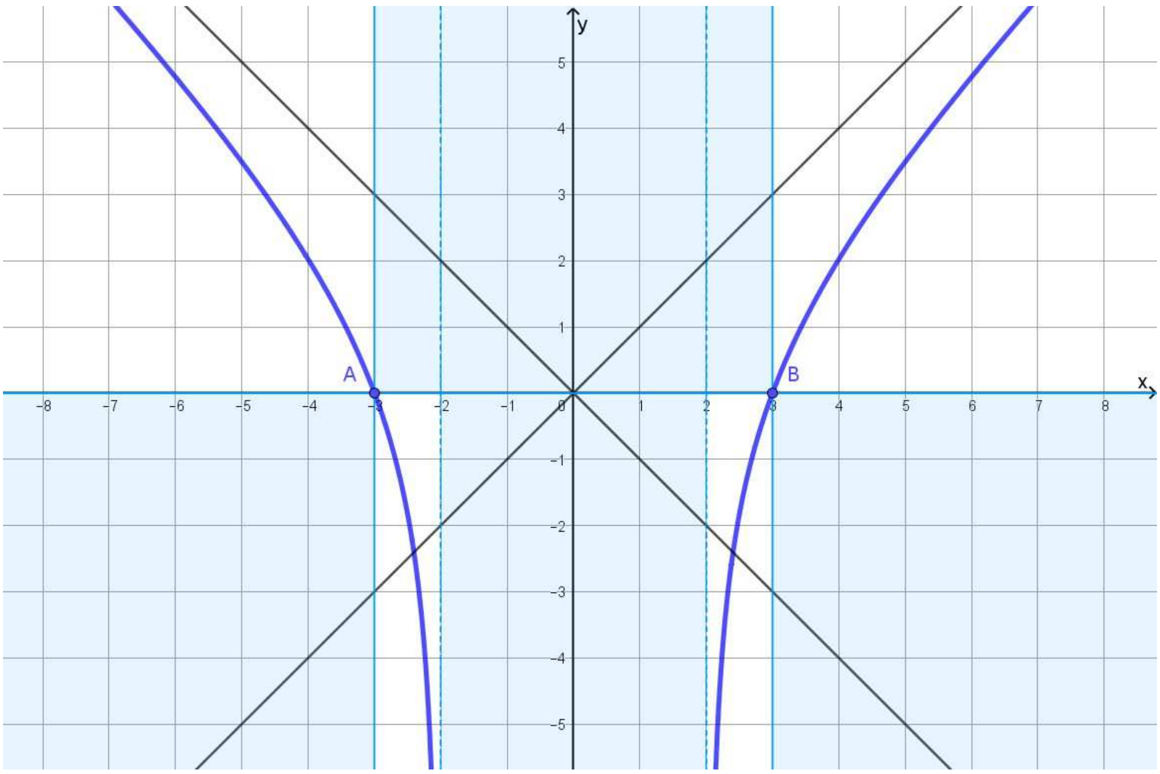
$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 4}} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2}{|x|} = \lim_{x \to \pm\infty} |x| = +\infty \qquad \textit{può esistere asintoto obliquo}$$

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 9}{x\sqrt{x^2 - 4}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x\,|x|} = 1 \qquad q = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 4}} - x \right) =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 9 - x\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x^2 - 4}} \cdot \frac{x^2 - 9 + x\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 9 + x\sqrt{x^2 - 4}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4 - 18\,x^2 + 81 - x^4 + 4x^2}{\sqrt{x^2 - 4}\left(x^2 - 9 + x\sqrt{x^2 - 4}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-14\,x^2}{|x|\,(x^2 + x|x|)} = 0$$

$$\boldsymbol{y = x \text{ asintoto obliquo}}$$

Per la parità della funzione, $\boldsymbol{y = -x \text{ asintoto obliquo}}$ a sinistra, ovvero per $x \to -\infty$.



$$y = \frac{e^x - 1}{2x}$$

Dominio: $2x \neq 0$ $\boldsymbol{D =]-\infty; 0[\ \cup \ ]0; +\infty[}$

La funzione non è né pari né dispari.

Intersezioni con l'asse x: $\begin{cases} y = \frac{e^x-1}{2x} \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} e^x - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ non ci sono intersezioni con l'asse x, perché $x \neq 0$ per il dominio.

Intersezioni con l'asse y: non ci sono intersezioni, in quanto è escluso dal dominio.

Positività della funzione: $\frac{e^x-1}{2x} > 0$ $\begin{matrix} N > 0: x > 0 \\ D > 0: x > 0 \end{matrix}$ $\boldsymbol{\forall x \in D}$

Ricerca di asintoti e classificazione dei punti di discontinuità/singolarità:

$$\lim_{x\to 0^\pm} \frac{e^x - 1}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{y\to 0^\pm} \frac{y}{\ln(y+1)} = \frac{1}{2} \lim_{y\to 0^\pm} \frac{1}{\ln(y+1)^{\frac{1}{y}}} = \frac{1}{2} \qquad \boldsymbol{x = 0 \ punto \ di \ singolarità \ eliminabile}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x - 1}{2x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad può \ esistere \ asintoto \ obliquo$$

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x - 1}{2x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty \qquad NON \ esiste \ asintoto \ obliquo$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^x - 1}{2x} = 0 \qquad \boldsymbol{y = 0 \ asintoto \ orizzontale}$$