1. Una spira circolare si trova immersa in un campo magnetico uniforme inclinato di 45° rispetto al suo asse. La spira ha un raggio di $7{,}4 \cdot 10^{-4}\ m$ e il modulo del campo magnetico varia secondo la legge $B(t) = b_o t^2$ con $b_o = 5{,}0 \cdot 10^{-6}\ T/s^2$.
   A. Determina il modulo della circuitazione del campo elettrico al variare del tempo lungo un cammino che coincide con la spira circolare.
   B. Determina il modulo del campo elettrico indotto all'istante $t = 2{,}0\ s$.

$$\alpha = 45° \qquad r = 7{,}4 \cdot 10^{-4}\ m \qquad B(t) = b_o t^2 \qquad b_o = 5{,}0 \cdot 10^{-6}\ T/s^2 \qquad \left|\Gamma(\vec{E})\right|_t ? \qquad t = 2{,}0\ s \qquad E_i ?$$

A. Dalla legge di Faraday-Neumann e dalla definizione di flusso del campo magnetico, calcolando la derivata, otteniamo:

$$\left|\Gamma(\vec{E})\right| = \left|\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}\right| = \left|\frac{d(\vec{B}\cdot\vec{S})}{dt}\right| = \left|\frac{d(BS\cos\alpha)}{dt}\right| =$$

$$= \left|S\cos\alpha\frac{dB}{dt}\right| = (2S\,b_o\cos\alpha)\,t = (2\pi r^2\,b_o\cos\alpha)\,t = \left(\mathbf{1,2\cdot 10^{-11}\ \frac{T\,m^2}{s^2}}\right)\mathbf{t}$$

B. Applicando la definizione di circuitazione, otteniamo: $\left|\Gamma(\vec{E})\right| = 2\pi r\,E_i$. Ponendo questa espressione uguale a quella precedentemente ottenuta ponendo $t = 2{,}0\ s$, otteniamo il modulo del campo elettrico indotto:

$$2\pi r\,E_i = (2\pi r^2\,b_o\cos\alpha)\,t \quad\Rightarrow\quad E_i = rb_o\cos\alpha\ t = \mathbf{5,2\cdot 10^{-9}\ N/C}$$

2. Una particella stazionaria di carica $2{,}6 \cdot 10^{-8}\ C$ è posta in un fascio laser (un'onda elettromagnetica) il cui irraggiamento è $3{,}7 \cdot 10^3\ W/m^2$. Determina:
   A. la forza elettrica esercitata sulla carica;
   B. la forza magnetica esercitata sulla carica.

   Se la carica si muove alla velocità di $3{,}7 \cdot 10^4\ m/s$, perpendicolarmente al campo magnetico dell'onda elettromagnetica, trova:
   C. la forza elettrica esercitata sulla particella;
   D. la forza magnetica esercitata sulla particella.

$$v = 0\ m/s \qquad q = 2{,}6\cdot 10^{-8}\ C \qquad E_R = 3{,}7\cdot 10^3\ W/m^2 \qquad F_e? \qquad F_M? \qquad v = 3{,}7\cdot 10^4\ m/s \qquad F_e? \qquad F_M?$$

A. La forza elettrica è data dal prodotto tra il modulo del campo elettrico e il modulo della carica. Il campo elettrico efficace può essere ricavato dall'intensità:

$$E_R = c\varepsilon_o E_{eff}^2 \quad\Rightarrow\quad E_{eff} = \sqrt{\frac{E_R}{c\varepsilon_o}} \quad\Rightarrow\quad F_e = E_{eff}q = q\sqrt{\frac{E_R}{c\varepsilon_o}} = \mathbf{3,1\cdot 10^{-5}\ N}$$

B. Siccome la particella è stazionaria, ovvero ferma, la forza magnetica esercitata su di essa è nulla: $\mathbf{F_M = 0\ N}$.

C. Nel caso in cui la carica sia in movimento, la forza elettrica non cambia: $F_e = \mathbf{3,1\cdot 10^{-5}\ N}$.

D. La forza magnetica è data dalla forza di Lorentz e il campo magnetico efficace è dato dal rapporto tra il modulo del campo elettrico efficace e la velocità della luce:

$$F_M = qvB_{eff} = qv\frac{E_{eff}}{c} = \frac{v}{c}F_e = \mathbf{3,8\cdot 10^{-9}\ N}$$

3. Le onde elettromagnetiche inviate da una chiamata con un telefono cellulare verso un'automobile hanno un campo magnetico efficace di $1{,}5 \cdot 10^{-10}\ T$. Le onde attraversano perpendicolarmente un finestrino aperto di area $0{,}20\ m^2$. Quanta energia attraversa il finestrino in una chiamata di $45\ s$?

$$B_{eff} = 1{,}5\cdot 10^{-10}\ T \qquad S = 0{,}20\ m^2 \qquad \Delta t = 45\ s \qquad E?$$

Dalla definizione di irraggiamento: $E_R = \frac{E}{\Delta t\,S}$ e dalla relazione che lega l'irraggiamento al campo elettrico e quindi al campo elettrico, otteniamo: $E_R = c\varepsilon_o\,E_{eff}^2 = c\varepsilon_o\,(B_{eff}\,c)^2$. Ponendo uguali le due espressioni, possiamo ricavare l'energia:

$$\frac{E}{\Delta t\,S} = c\varepsilon_o\,(B_{eff}\,c)^2 \quad\Rightarrow\quad E = S\Delta t\,c^3\varepsilon_o\,B_{eff}^2 = \mathbf{4,8\cdot 10^{-5}\ J}$$

4. Una luce polarizzata lungo la direzione verticale incide su un foglio di materiale polarizzato. Solo il 90% dell'intensità della luce passa attraverso il foglio e colpisce un secondo foglio di materiale polarizzato. La luce non passa attraverso questo secondo foglio. Che angolo forma l'asse di trasmissione del secondo foglio con la verticale?

La luce polarizzata, passando attraverso il materiale polarizzato perde il 10% della propria intensità, ovvero, secondo la legge di Malus:

$$E_1 = \frac{90}{100} E_o = E_o \cos^2 \alpha \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = arc\cos\sqrt{\frac{9}{10}}$$

Questo è l'angolo formato tra la verticale e la polarizzazione del primo foglio. Siccome la luce non passa attraverso il secondo foglio, il primo e il secondo foglio hanno asse tra loro perpendicolare e quindi il secondo foglio forma con la verticale un angolo $\alpha + 90°$, che possiamo, quindi, determinare:

$$\alpha + 90° = arc\cos\sqrt{\frac{9}{10}} + 90° = \mathbf{108°}$$

5. Un'onda elettromagnetica piana ha frequenza $3{,}0\ MHz$ e il suo campo elettrico ha un'ampiezza $E_o = 3{,}0 \cdot 10^3\ N/C$. L'onda si propaga prima nel vuoto e poi incide su una sostanza trasparente che ha permeabilità magnetica relativa di valore 1,0 e costante dielettrica relativa di valore 3,5. Calcola:
   A. l'ampiezza del campo magnetico nel vuoto;
   B. la velocità di propagazione dell'onda piana nella materia;
   C. la sua lunghezza d'onda nella materia.

$$f = 3{,}0 \cdot 10^6\ Hz \qquad E_o = 3{,}0 \cdot 10^3\ N/C \qquad \mu_r = 1 \qquad \varepsilon_r = 3{,}5 \qquad B_o? \qquad v? \qquad \lambda_r?$$

A. La relazione con il campo elettrico mi permette di determinare l'ampiezza del campo magnetico nel vuoto: $B_o = \frac{E_O}{c} = \mathbf{1,0 \cdot 10^{-5}\ T}$.

B. La velocità di propagazione dell'onda piana nella materia è data da: $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_O \varepsilon_r \mu_O \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \mathbf{1,6 \cdot 10^8\ m/s}$.

C. Sapendo che $\lambda_r f = v$, possiamo determinare la lunghezza d'onda nella materia: $\lambda_r = \frac{v}{f} = \mathbf{53\ m}$.