

1. La luce solare entra nell'alta atmosfera con un campo elettrico di valore efficace 720 N/C. Calcola:
- la densità di energia totale media di questa radiazione;
 - il valore efficace del campo magnetico della luce solare.

$$E_{eff} = 720 \text{ N/C} \quad \bar{w}? \quad B_{eff}?$$

- A. La densità di energia totale media è data da $\bar{w} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_o^2$ e sapendo che $E_o = \sqrt{2} E_{eff}$, otteniamo:

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_o^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 2 E_{eff}^2 = \epsilon_0 E_{eff}^2 = \mathbf{4,59 \cdot 10^{-6} \text{ J/m}^3}$$

- B. Dalla relazione tra campo elettrico e campo magnetico, possiamo determinare il campo magnetico:

$$B_{eff} c = E_{eff} \quad \Rightarrow \quad B_{eff} = \frac{E_{eff}}{c} = \mathbf{2,40 \cdot 10^{-6} \text{ T}}$$

2. Sia data una sorgente puntiforme che emette luce uniformemente in ogni direzione. Alla distanza di 2,50 m dalla sorgente, il valore efficace del campo elettrico è 19,0 N/C. Supponiamo che la luce non sia riflessa dagli oggetti dell'ambiente. Determina la potenza media emessa dalla sorgente.

$$r = 2,50 \text{ m} \quad E_{eff} = 19,0 \text{ N/C} \quad P?$$

Per definizione l'irradiamento è dato da: $E_R = \frac{P}{A}$ dove A è la superficie della sfera con raggio r, visto che la sorgente puntiforme emette luce uniformemente in ogni direzione. L'irradiamento può essere espresso in funzione del campo elettrico:

$$E_R = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_o^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c (\sqrt{2} E_{eff})^2 = \epsilon_0 c E_{eff}^2$$

Uguagliando le due espressioni, possiamo ricavare la potenza richiesta: $\frac{P}{4\pi r^2} = \epsilon_0 c E_{eff}^2 \quad \Rightarrow \quad P = 4\pi r^2 \epsilon_0 c E_{eff}^2 = \mathbf{75,3 \text{ W}}$

3. Una radiazione non polarizzata di intensità 16 W/m² attraversa quattro polarizzatori ideali i cui assi di trasmissione sono inclinati di 30° ciascuno rispetto al precedente. Qual è l'intensità che emerge dal quarto polarizzatore? Come cambia l'intensità emergente se sono rimossi i due polarizzatori centrali?

$$E_R = 16 \text{ W/m}^2 \quad \alpha = 30^\circ \quad E_{Rf}? \quad E'_{Rf}?$$

Il primo polarizzatore, ricevendo una radiazione non polarizzata, ne dimezza la radiazione. Gli altri tre polarizzatori diminuiscono la radiazione ognuna di un fattore $\cos^2 \alpha$, secondo la legge di Malus, perciò otteniamo:

$$E_{Rf} = \frac{1}{2} E_R (\cos^2 \alpha)^3 = \frac{1}{2} E_R \cos^6 \alpha = \mathbf{3,4 \text{ W/m}^2}$$

Nel caso in cui vengano rimossi i due polarizzatori centrali, restano solo il primo e l'ultimo, che hanno assi di trasmissione inclinati di 90° l'uno rispetto all'altro, perciò la radiazione emergente è **nulla**.

4. La nuova frontiera dell'epilazione definitiva è rappresentata dalla depilazione laser. Questa metodica utilizza un laser a diodo di lunghezza d'onda 808 nm. Il raggio laser è in grado di attraversare la cute ed essere assorbito dai pigmenti dei peli all'interno dei bulbi piliferi, provocando localmente un aumento della temperatura. In tal modo, le cellule germinative del bulbo stesso vengono distrutte e si ottiene l'effetto di una depilazione permanente. Nelle apparecchiature destinate ai centri medici, si adopera un laser impulsato, i cui impulsi possono avere una durata massima di 400 ms. Calcola quante lunghezze d'onda sono contenute in un singolo impulso.

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \lambda = 808 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad \Delta t = 400 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad N?$$

Sappiamo che $c = \lambda f \quad \Rightarrow \quad f = c/\lambda$, ovvero ricaviamo la frequenza. Sapendo che la frequenza ci dà il numero di lunghezze d'onda al secondo, moltiplicando la frequenza per la durata dell'impulso, otteniamo il numero di lunghezze d'onda richiesto:

$$N = f \cdot \Delta t = \frac{c}{\lambda} \cdot \Delta t = \mathbf{1,49 \cdot 10^{14}}$$

5. Le fibre ottiche più comuni contengono un nucleo di trasmissione realizzato in fibra di vetro di silice, con un indice di rifrazione di 1,4775. Vuoi collegare tramite un sistema a fibra ottica di questo tipo Roma a Milano (distanza di 580 km) e Roma a Parigi (distanza 1420 km).

- A. Quanto vale il ritardo minimo con cui arriverà un segnale da Roma a Milano? E da Roma a Parigi?
 B. La permeabilità magnetica relativa di tale materiale è 0,998: quanto vale la sua costante dielettrica relativa?

$$n = 1,4775 \quad d_{RM} = 5,80 \cdot 10^5 \text{ m} \quad d_{RP} = 1,420 \cdot 10^6 \text{ m} \quad c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad t_{RM} ? \quad t_{RP} ? \quad \mu_r = 0,998 \quad \epsilon_r ?$$

- A. Sapendo che la distanza viene percorsa alla velocità della luce diminuita di un fattore n (l'indice di rifrazione indicato), possiamo determinare il tempo di percorrenza della distanza con le leggi della cinematica (moto rettilineo uniforme):

$$v = \frac{c}{n} = \frac{d}{t} \Rightarrow \begin{aligned} t_{RM} &= n \frac{d_{RM}}{c} = 2,86 \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ t_{RP} &= n \frac{d_{RP}}{c} = 7,00 \cdot 10^{-3} \text{ s} \end{aligned}$$

- B. Sapendo che $n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$, possiamo determinare la costante dielettrica relativa: $\epsilon_r = \frac{n^2}{\mu_r} = 2,19$.

6. All'interno di un solenoide cilindrico del diametro di 2 m un campo magnetico si spegne uniformemente passando da un'intensità di 2,5 T a 0 T in 4,3 s. Calcola il modulo del campo elettrico medio indotto:

- C. a distanza di 40 cm dall'asse;
 D. a una distanza di 2 m dall'asse.

$$d = 2 \text{ m} \quad B_o = 2,5 \text{ T} \quad B = 0 \text{ T} \quad \Delta t = 4,3 \text{ s} \quad r_1 = 40 \text{ cm} \quad E_{1_i} ? \quad r_2 = 2 \text{ m} \quad E_{2_i} ?$$

- C. Dalla legge di Faraday-Neumann e dalla definizione di flusso del campo magnetico, calcolando la variazione, otteniamo:

$$|\Gamma(\vec{E})| = \left| -\frac{\Delta\phi(\vec{B})}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{\Delta(\vec{B} \cdot \vec{S})}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{(B - B_o) S}{\Delta t} \right| = \frac{S(B_o - B)}{\Delta t}$$

Applicando la definizione di circuitazione, otteniamo: $|\Gamma(\vec{E})| = 2\pi r_1 E_{1_i}$. Ponendo questa espressione uguale a quella precedentemente ottenuta, otteniamo il modulo del campo elettrico indotto:

$$2\pi r_1 E_{1_i} = \frac{S(B_o - B)}{\Delta t} \Rightarrow E_{1_i} = \frac{\pi r_1^2 (B_o - B)}{2\pi r_1 \Delta t} = \frac{r_1 (B_o - B)}{2\Delta t} = 0,12 \text{ N/C}$$

- D. Lo stesso calcolo va effettuato nel caso di una distanza dall'origine pari a 2 m, ma considerando che il solenoide ha raggio 1 m e che all'esterno del solenoide il campo magnetico è nullo, consideriamo come superficie interessata dal flusso del campo magnetico quella con raggio pari al raggio del solenoide:

$$2\pi r_2 E_{2_i} = \frac{S(B_o - B)}{\Delta t} \Rightarrow E_{2_i} = \frac{\pi r^2 (B_o - B)}{2\pi r_2 \Delta t} = \frac{r^2 (B_o - B)}{2r_2 \Delta t} = 0,15 \text{ N/C}$$