$$f(x)=\frac{x^3}{x^3+1}=\frac{x^3}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

1. Dominio: $\boldsymbol{D=\,]-\infty;\ -1[\ \cup\ ]-1;\ +\infty[}$
2. Eventuali simmetrie: visto il dominio non è **né pari né dispari**
3. Intersezioni con gli assi:

$\begin{cases} y=\frac{x^3}{x^3+1} \\ y=0 \end{cases}$ $\boldsymbol{O\,(0;0)}$ E non ci sono altre intersezioni, avendo trovato anche l'unica esistente con l'asse y

4. Positività:

$$\frac{x^3}{x^3+1}>0 \qquad \frac{x}{x+1}>0 \qquad \boldsymbol{x<-1} \quad \vee \quad \boldsymbol{x>0}$$

5. Eventuali asintoti:

$$\lim_{x\to-1^{\pm}}\frac{x^3}{x^3+1}=\mp\infty \qquad \boldsymbol{x=-1} \quad \boldsymbol{asintoto\ verticale}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3}{x^3+1}=1 \qquad \boldsymbol{y=1} \quad \boldsymbol{asintoto\ orizzontale}$$

6. Massimi e minimi:

$$f'(x)=\frac{3x^2(x^3+1)-3x^2\cdot x^3}{(x^3+1)^2}=\frac{3x^2}{(x^3+1)^2}$$

Visto che la derivata prima è sempre positiva, la funzione è **sempre crescente**.

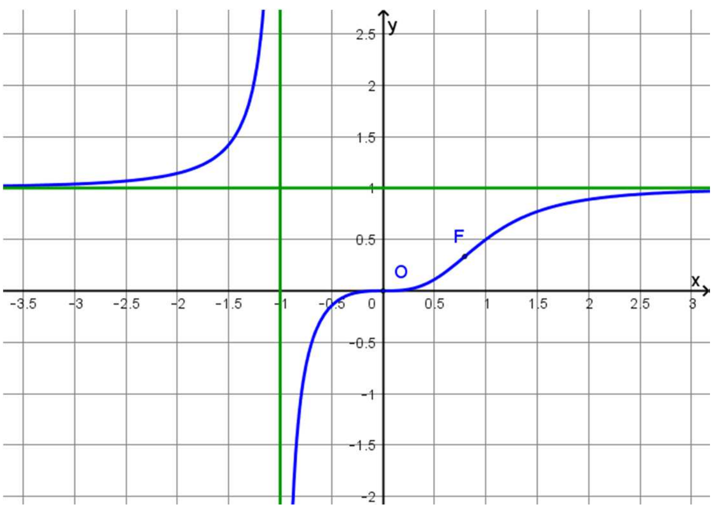
7. Punti di flesso:

$$f''(x)=3\frac{2x(x^3+1)^2-6x^2(x^3+1)\cdot x^2}{(x^3+1)^4}=3x\frac{2x^3+2-6x^3}{(x^3+1)^3}=6x\frac{1-2x^3}{(x^3+1)^3}>0$$

$x>0$
$x<\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
$x>-1$

-1 $\quad$ 0 $\quad$ $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

	−	−	+	+
	+	+	+	−
	−	+	+	+
$f''(x)$	+	−	+	−
$f(x)$				



Flessi: $\boldsymbol{O(0,0)}$, $\boldsymbol{F\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}};\frac{1}{3}\right)}$

$$g(x) = e^{\frac{1}{x^2}}$$

1. Dominio: $\boldsymbol{D =]-\infty;\ 0[\ \cup\ ]0;\ +\infty[}$

2. Eventuali simmetrie: $f(-x) = f(x)$ la funzione è **pari** ovvero simmetrica rispetto all'asse y

3. Intersezioni con gli assi:

$$\begin{cases} y = e^{\frac{1}{x^2}} \\ y = 0 \end{cases} \qquad \nexists \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$$ Non ci sono intersezioni con gli assi

4. Positività:

$$e^{\frac{1}{x^2}} > 0 \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{D}$$

5. Eventuali asintoti:

$$\lim_{x\to 0^{\pm}} e^{\frac{1}{x^2}} = +\infty \qquad \boldsymbol{x = 0} \quad \boldsymbol{asintoto\ verticale}$$

$$\lim_{x\to \pm\infty} e^{\frac{1}{x^2}} = 1 \qquad \boldsymbol{y = 1} \quad \boldsymbol{asintoto\ orizzontale}$$

6. Massimi e minimi:

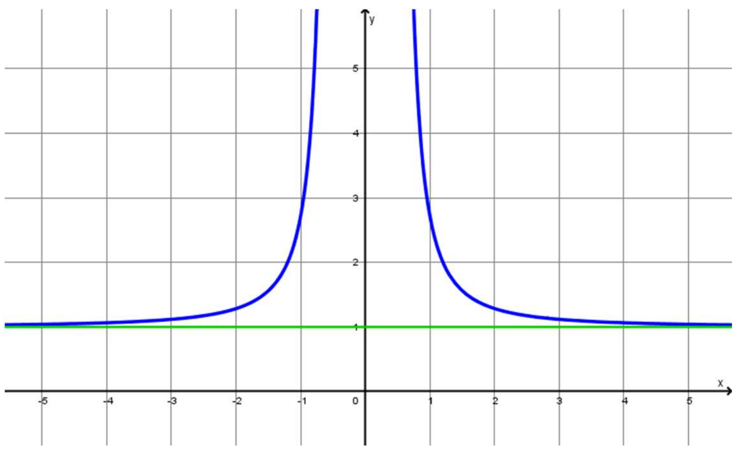
$$g'(x) = -\frac{2}{x^3}\, e^{\frac{1}{x^2}} > 0 \qquad x < 0$$

La funzione è **crescente** nel secondo quadrante.

7. Punti di flesso:

$$g''(x) = \frac{6}{x^4} e^{\frac{1}{x^2}} + \frac{4}{x^6} e^{\frac{1}{x^2}} = \frac{2}{x^6} e^{\frac{1}{x^2}} (3x^2 + 2) > 0$$

Siccome la derivata seconda è sempre positiva, la funzione ha la concavità sempre rivolta verso l'alto.



$$h(x) = arc\tan x^2$$

1. Dominio: $\boldsymbol{D} = \mathbb{R}$

2. Eventuali simmetrie: $f(-x) = f(x)$ la funzione è **pari** ovvero simmetrica rispetto all'asse y

3. Intersezioni con gli assi:

$\begin{cases} y = arc\tan x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ $\qquad$ $\boldsymbol{O\ (0;0)}$ E non ci sono altre intersezioni, avendo trovato anche l'unica esistente con l'asse y

4. Positività:

$$arc\tan x^2 > 0 \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{D}$$

5. Eventuali asintoti:

$$\lim_{x\to\pm\infty} arc\tan x^2 = \frac{\pi}{2} \qquad \boldsymbol{y = \frac{\pi}{2}} \quad \boldsymbol{asintoto\ orizzontale}$$

6. Massimi e minimi:

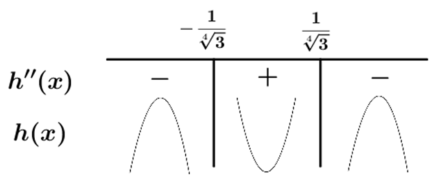
$$h'(x) = \frac{2x}{1+x^4} > 0 \qquad x > 0$$

La funzione è **crescente** nel primo quadrante.

7. Punti di flesso:

$$h''(x) = 2\frac{1+x^4-4x^4}{(1+x^4)^2} = 2\frac{1-3x^4}{(1+x^4)^2} = 2\frac{(1-x^2\sqrt{3})(1+x^2\sqrt{3})}{(1+x^4)^2} > 0$$

$$-\frac{1}{\sqrt[4]{3}} < x < \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$$



Flessi: $\boldsymbol{F_1\left(-\frac{1}{\sqrt[4]{3}};\frac{\pi}{3}\right), F_2\left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}};\frac{\pi}{3}\right)}$