1. $\left(\frac{1}{x-1}-\frac{4}{x+8}\right):\frac{16-x^2}{x^2+12x+32}$ $\quad C.E.: x\neq \pm 4 \ \wedge x\neq 1 \ \wedge x\neq -8$

$$=\frac{x+8-4(x-1)}{(x-1)(x+8)}:\frac{16-x^2}{x^2+12x+32}=\frac{x+8-4x+4}{(x-1)(x+8)}:\frac{16-x^2}{x^2+12x+32}=$$

$$=\frac{-3x+12}{(x-1)(x+8)}\cdot\frac{x^2+12x+32}{16-x^2}=\frac{3(4-x)}{(x-1)(x+8)}\cdot\frac{(x+8)(x+4)}{(4-x)(4+x)}=\boldsymbol{\frac{3}{x-1}}$$

2. $\left[\left(\frac{x^2+10x+25}{x+5}-3\right)^{-1}-\frac{x}{x+2}\right]^2\cdot\frac{x^2+4x+4}{x^2-2x+1}$ $\quad C.E.: x\neq 1 \ \wedge x\neq -5 \ \wedge x\neq -2$

$$=\left[\left(\frac{(x+5)^2}{x+5}-3\right)^{-1}-\frac{x}{x+2}\right]^2\cdot\frac{(x+2)^2}{(x-1)^2}=\left[(x+5-3)^{-1}-\frac{x}{x+2}\right]^2\cdot\frac{(x+2)^2}{(1-x)^2}=$$

$$=\left[(x+2)^{-1}-\frac{x}{x+2}\right]^2\cdot\frac{(x+2)^2}{(1-x)^2}=\left[\frac{1}{x+2}-\frac{x}{x+2}\right]^2\cdot\frac{(x+2)^2}{(1-x)^2}=\left[\frac{1-x}{x+2}\right]^2\cdot\frac{(x+2)^2}{(1-x)^2}=$$

$$=\frac{(1-x)^2}{(x+2)^2}\cdot\frac{(x+2)^2}{(1-x)^2}=\mathbf{1}$$

3. $\frac{2\,(3x-4)}{5}+1-\frac{x-1}{3}=2x-5$

$6\,(3x-4)+15-5\,(x-1)=15\,(2x-5)$

$18x-24+15-5x+5=30x-75$

$-17x=-71 \qquad \Longrightarrow \qquad \boldsymbol{x=\frac{71}{17}}$

4. $x+\frac{4}{x-1}+\frac{x^2+x+2}{1-x}=0$

$x+\frac{4}{x-1}-\frac{x^2+x+2}{x-1}=0$

$\frac{x^2-x+4-x^2-x-2}{x-1}=0 \qquad c.a.:\ x\neq 1$

$-2x=-2 \quad \Longrightarrow \quad x=1\ non\ accettabile \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{equazione\ impossibile}$

5. $\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x-1}-2\right)+2\left(\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x}\right)+\frac{4}{3x^2-3}=0$

$\frac{1}{x}\left(\frac{1-2x+2}{x-1}\right)+2\left(\frac{2x-x-1}{x(x+1)}\right)+\frac{4}{3(x^2-1)}=0$

$\frac{3-2x}{x(x-1)}+\frac{2(x-1)}{x(x+1)}+\frac{4}{3(x-1)(x+1)}=0$

$\frac{3(3-2x)(x+1)+6(x-1)^2+4x}{3x(x-1)(x+1)}=0$ $\qquad c.a.: x\neq\pm1 \ \wedge \ x\neq 0$

$3(3x+3-2x^2-2x)+6(x^2-2x+1)+4x=0$

$3x+9-6x^2+6x^2-12x+6+4x=0$

$-5x=-15 \quad\Longrightarrow\quad \boldsymbol{x=3}$ *accettabile*

6. $3x^2-8x+4=0$

$3x^2-6x-2x+4=0$

$3x(x-2)-2(x-2)=0$

$(x-2)(3x-2)=0$

$\boldsymbol{x=2 \quad\vee\quad x=\frac{2}{3}}$

7. $(a-1)x+2-2a=0$

$(a-1)x=2a-2$

$(a-1)x=2(a-1)$

$\boldsymbol{Se\ a=1:\ 0x=0 \quad indeterminata}$

$\boldsymbol{Se\ a\neq 1:\ x=2}$

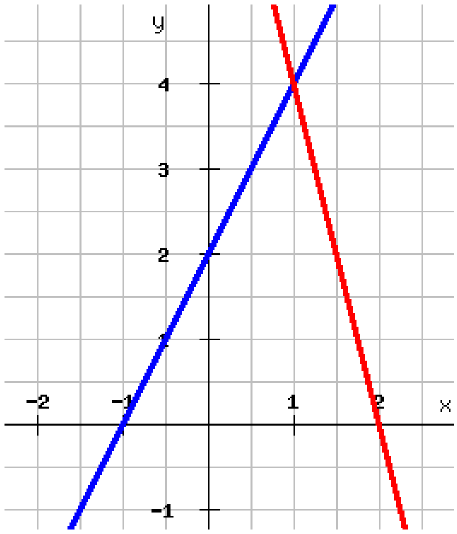
8. $2a-x=\frac{2a+x}{2a}-x$ $\qquad C.E.: a\neq 0$

$4a^2-2ax=2a+x-2ax$

$x=4a^2-2a$

$\boldsymbol{Se\ a=0: \quad l'equazione\ perde\ significato}$

$\boldsymbol{Se\ a\neq 0: \quad x=4a^2-2a}$



9. Risolvi graficamente il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = -2 \\ 4x + y = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 8 - 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 1} \\ \boldsymbol{y = 4} \end{cases}$$

10. Risolvi algebricamente – con tutti i metodi che conosci – il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} y = -3x + 4 \\ 2x + 9x - 12 = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \cdots \\ 11x = 22 \end{cases} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{x = 2} \\ \boldsymbol{y = -2} \end{cases}$$

Metodo del confronto:

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3} \\ y = -3x + 4 \end{cases} \qquad \frac{2}{3}x - \frac{10}{3} = -3x + 4 \qquad 11\,x = 22 \qquad \boldsymbol{x = 2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}y + 5 \\ x = -\frac{1}{3}y + \frac{4}{3} \end{cases} \qquad \frac{3}{2}y + 5 = -\frac{1}{3}y + \frac{4}{3} \qquad 9y + 30 = -2y + 8 \qquad \boldsymbol{y = -2}$$

Metodo di Cramer:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 9 = 11 \qquad D_x = \begin{vmatrix} 10 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 10 + 12 = 22 \qquad D_y = \begin{vmatrix} 2 & 10 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 30 = -22$$

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{22}{11} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{-22}{11} \end{cases} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{x = 2} \\ \boldsymbol{y = -2} \end{cases}$$

Metodo di eliminazione:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \qquad \begin{array}{c} \begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 9x + 3y = 12 \end{cases} \\ \hline 11x = 22 \end{array} \qquad \boldsymbol{x = 2}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \qquad \begin{array}{c} \begin{cases} -6x + 9y = -30 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases} \\ \hline 11y = -22 \end{array} \qquad \boldsymbol{y = -2}$$

11. Qual è quel numero la cui somma con 34 è i $\frac{21}{4}$ del numero stesso?

$$34 + x = \frac{21}{4}x \quad \Rightarrow \quad \frac{17}{4}x = 34 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4}x = 2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 8}$$

12. In un numero di due cifre la somma delle cifre è 8; dividendo il numero per la cifra delle unità si ottiene per quoziente 4 e resto 2. Trova il numero.

    Indichiamo il numero incognito con la notazione polinomiale: $10x + y$, dove x è la cifra delle decine e y quella delle unità.

    In questo caso, possiamo esprimere i dati forniti con le seguenti due equazioni:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 4y + 2 = 10x + y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x + y = 8 \\ 10x - 3y = 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{\begin{cases} 3x + 3y = 24 \\ 10x - 3y = 2 \end{cases}}{13x = 26} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$$

    Il numero richiesto è **26**.

13. Una frazione è equivalente a $\frac{7}{10}$; il denominatore supera il numeratore di 6. Trova la frazione.

    Indichiamo la frazione incognita con: $\frac{x}{y}$. Le condizioni fornite si possono esprimere con le due equazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{7}{10} \\ y = x + 6 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = \dfrac{7}{10}y \\ y = x + 6 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y - \dfrac{7}{10}y = 6 \\ x = \dfrac{7}{10}y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = 14 \\ y = 20 \end{cases}$$

    La frazione richiesta è $\boldsymbol{\frac{14}{20}}$.