POTENZE A ESPONENTE REALE

Conosciamo già il significato di potenza, di base reale ed esponente intero/razionale:

$a \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{Z}:$

$$n > 1 \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ volte}}$$

$$n = 1 \quad a^1 = a$$

$$n = 0,\ a \neq 0: \quad a^0 = 1$$

$$n > 0,\ a \neq 0: \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$a \in \mathbb{R},\ \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}:$

$$a > 0,\ \frac{m}{n} > 0: \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

$$a = 0,\ \frac{m}{n} > 0: \quad a^{\frac{m}{n}} = 0$$

DEFINIZIONE:

Si chiama POTENZA di base *a* ed esponente *r* reale, il numero reale che risulta elevando a potenza.

OSSERVAZIONI IMPORTANTI:

- Se $a > 1$ e $h < k$: $\quad a^h < a^k$
  Se $0 < a < 1$ e $h < k$: $\quad a^h > a^k$
- Nel campo reale <u>non</u> si definisce la potenza con base reale negativa ed esponente reale
- Se $a = 0$ e $r \leq 0$, la potenza non ha significato

TEOREMA:

$a \in \mathbb{R},\ r \in \mathbb{R},\ s \in \mathbb{R}$

- $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$
- $a^r : a^s = a^{r-s}$
- $\left(a^r\right)^s = a^{r \cdot s}$
- $\left(a \cdot b\right)^r = a^r \cdot b^r$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$